

LA QUBBA NO CUADRADA: INFLUENCIAS Y REPERCUSIONES EN LA ARQUITECTURA HISPANOMUSULMANA

FRANCISCO RIOBÓO CAMACHO

Arquitecto de la Consejería de Cultura de la Junta de Andalucía

RESUMEN: Analizamos la proporción de la planta en la arquitectura tipo qubba, se concluye la prevalencia de lo no cuadrado sobre lo cuadrado. Este hecho resulta evidente, lo difícil será demostrar que existe una intención, y que el uso de la geometría como instrumento de trabajo del arquitecto va a generar proporciones geométricas relacionadas con figuras geométricas sencillas, que generan expresiones matemáticas donde intervienen los números irracionales, especialmente $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ y $\sqrt{5}$.

El objetivo será identificarlas y comprobar su repetición en diversas arquitecturas, de especial arraigo en lo mozárabe, islámico y mudéjar.

PALABRAS CLAVE: arquitectura, geometría, proporción, qubba.

SUMMARY: We analyze the proportion of the plant in qubba's type architecture, we conclude the prevalence of the <<non-squared>> over the <<squared>>. This fact is evident, but the difficulty might be in demonstrating an intention, and the use of geometry as a working architecture tool that will generate geometric proportions related to simple geometric shapes, which generate mathematical expressions, where irrational numbers are involved, especially $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ and $\sqrt{5}$.

The aim will be to identify and verify their repetition in various architectures, especially those which are root in Mozarab, Islamic and Mudejar architecture.

KEYWORDS: architecture, geometry, proportion, qubba.

1. INTRODUCCIÓN.

Si en algún momento la geometría y la proporción fueron instrumentos de trabajo del arquitecto medieval, esto deja una huella indeleble en sus obras así diseñadas, que permanecerá en el tiempo salvo por ulteriores transformaciones significativas.

En este estudio, el criterio de trabajo seguido ha sido redibujar la arquitectura heredada desde la perspectiva de la geometría, de las infinitas posibilidades que el trazado con un simple compás, de círculos y figuras geométricas básicas, abre al mundo de los números irracionales, los llamados "inconmesurables" de la antigüedad. Así comprobamos que cuadrado y octógono nos proporcionan las expresiones matemáticas relacionadas con raíz de dos ($\sqrt{2}$), equilátero y hexágono con la raíz de tres ($\sqrt{3}$) y pentágono y decágono con la raíz de cinco ($\sqrt{5}$).

Esta relación inequívoca entre números -racionales e irracionales- y geometría es valorada en un contexto cultural amplio de la etapa medieval donde ambas ciencias se encuentran fusionadas, lo que permite a través de la geometría acceder a la "perfección" e "infinito" de los irracionales. Así lo expresa con toda claridad Omar Khayyan: "*... cualquiera que piense que el Álgebra es un sistema de trucos para obtener los valores de incógnitas, piensa vanamente. No se debe prestar ninguna atención al hecho de que el Álgebra y la Geometría son en apariencia diferentes. Los hechos del Álgebra son hechos geométricos que están demostrados...*"¹³⁵

La investigación arranca con el planteamiento de una pregunta en el contexto de una obra de la máxima perfección geométrica como las tres cúpulas de la macsura de la ampliación de Alhakan II de la Mezquita de Córdoba ¿por qué son rectangulares las plantas de sus qubbas? La singularidad de la arquitectura a la que nos referimos, en principio, no debe permitirnos sin más aceptar la hipótesis de la arbitrariedad, o su aproximación a lo cuadrado. Tampoco es suficiente la justificación de una mayor anchura de la nave central respecto a la anchura de sus colindantes.

Lo más fácil desde un punto de vista constructivo habría sido para ambas qubbas, central y laterales, el arranque de planta cuadrada. Lo difícil es la solución elegida por el arquitecto de Alhakan II, al plantear sendos espacios rectangulares, siendo en la qubba central más evidente que en las laterales.

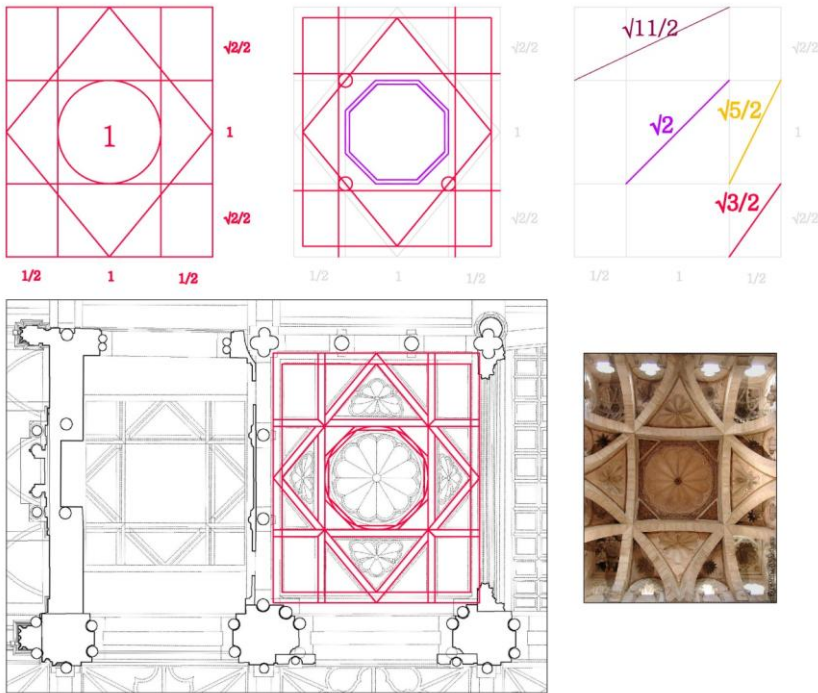
El mismo arquitecto diseña una planta rectangular para la qubba de la Capilla de Villaviciosa, con una clara proporción [$P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$]¹³⁶ y un trazado de arcos que responde a la cuadrícula [$1/2 - 1 - 1/2$] y [$\sqrt{2}/2 - 1 - \sqrt{2}/2$], definiendo así un cuadrado central sobre el que se apoya una bóveda

¹³⁵ AMIR-MOEZ, A.R., *A paper of Omar Khayyam*, en *Stripta Matemática XXVI, 1963*, p. 329.

¹³⁶ Identificada por el autor y denominada proporción "Capilla de Villaviciosa". Nótese que la expresión matemática es igual a la proporción áurea [$P=(1+\sqrt{5})/2=1,618$] utilizando $\sqrt{2}$ en lugar de $\sqrt{5}$.

hemisférica y distintos rectángulos con claras proporciones en relación a la raíz de dos, como lo son $[P=1+\sqrt{2}=2,4142]$ ¹³⁷, $[P=\sqrt{2}=1,4142]$, $[P=1+(\sqrt{2}/2)=1,7071]$ y $P=2$. El arriostramiento de esta estructura se consigue con cuatro arcos que unen el centro de los cuatro lados del rectángulo general definiendo un rombo. (Fig. 1 y 2).

Con este ejemplo podemos confirmar un claro ejercicio geométrico del arquitecto de Alhakan II, lo que nos impulsa al estudio de la proporción de las qubbas de la macsura.



Proporción exterior $P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$
 Otras proporciones en cuadrícula:
 $P=1+\sqrt{2}=2,4142$ (Proporción de plata)
 $P=\sqrt{2}=1,4142$
 $P=1+(\sqrt{2}/2)=1,7071$
 $P=2$

Fig. 1. Estudio geométrico de la Capilla de Villaviciosa, ampliación de Alhakan II de la Mezquita de Córdoba, siglo X. Trazado de planta y arcos según cuadrícula $(1/2-1-1/2)$ y $(\sqrt{2}/2-1-\sqrt{2}/2)$. Proporción general de planta $P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$.

¹³⁷ Denominada comúnmente proporción "de plata". Geométricamente es generada por el octógono, en el rectángulo definido por dos lados enfrentados del mismo.

$P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$ <Capilla Villaviciosa>

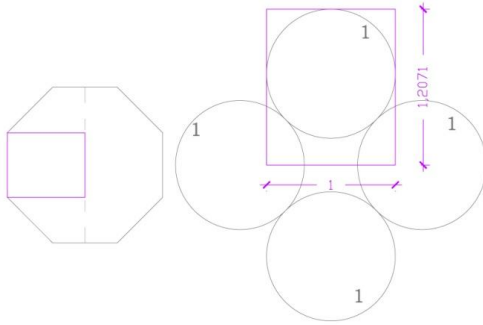


Fig. 2. Proporción "Capilla de Villaviciosa" [$P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$]. Deriva del octógono, es la mitad del rectángulo que une los lados enfrentados del mismo.

Igual proporción de la "Capilla de Villaviciosa" [$P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$] es utilizada por el arquitecto de la mezquita de las Tornerías en Toledo (siglo XI) para proporcionar los nueve espacios en que queda fragmentado el interior. La qubba central de mayor altura que las laterales se fragmenta a su vez en otros nueve espacios separados por arcos, utilizando la proporción "cuadrada" para los tres centrales y la proporción [$P=(1+\sqrt{3})/2=1,366$] para los seis laterales. (Fig. 3)

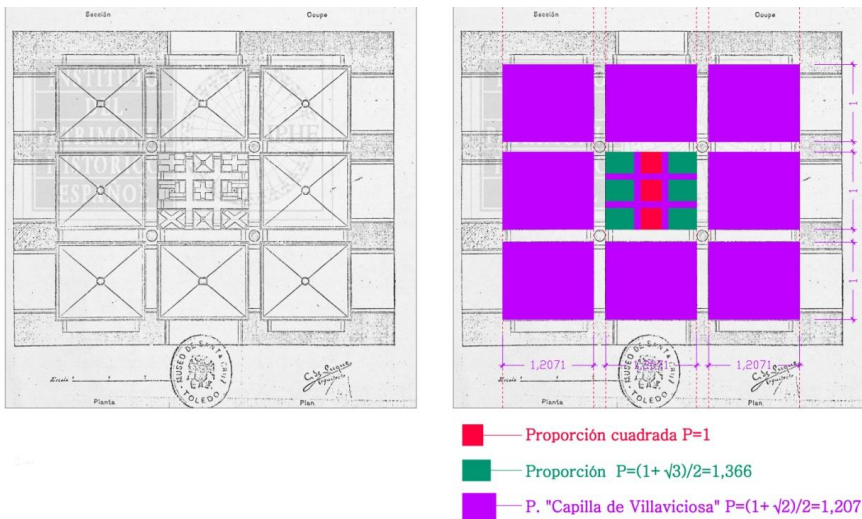
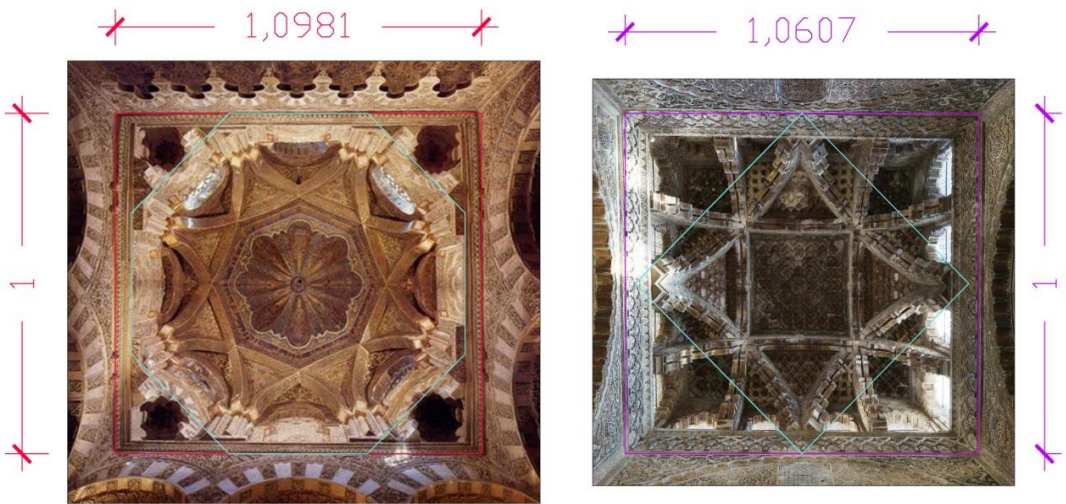


Fig. 3. Estudio geométrico de la mezquita de las Tornerías de Toledo, siglo XI. Dos pórticos perpendiculares con cuatro columnas definen nueve espacios de igual planta que utiliza la proporción "Capilla de Villaviciosa" [$P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$]. La cúpula central se fragmenta con dobles arcos perpendiculares, que definen nueve espacios, los tres centrales de planta cuadrada y los seis laterales con la proporción [$P=(1+\sqrt{3})/2=1,366$].

La qubba no cuadrada es un hecho evidente en cuanto nos paramos a redibujar nuestra arquitectura. (Fig.4) Si bien es cierto que la qubba de planta cuadrada también existe, comprobaremos que la mayoría de estos espacios tendrán planta rectangular y cuya proporción concreta, en lo general, oscila entre el 3% de las qubbas laterales de la Macsura de Alhakan II de la mezquita de Córdoba y el 21% de la qubba de la Capilla de Villaviciosa de la misma. La cuestión que se suscita es saber si estas variaciones responden a la aleatoriedad del diseño del arquitecto medieval, como una decisión gratuita del mismo, o responden a la utilización de unas proporciones geométricas expresamente intencionadas.

Se parte de la hipótesis de que no es posible entender, en este contexto medieval donde la geometría asume su protagonismo, que los espacios arquitectónicos más significativos del poder y de la religiosidad fueran resultado de un diseño arbitrario.



Cúpula central Macsurah. Mezquita.
 $P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981$.

Cúpula Capilla Real (S.XIV). Mezquita.
 $P=3\sqrt{2}/4=1,0607$. Proporción "casi cuadrada"

Fig.4. Ante la perfección geométrica en que se construyen las cúpulas (de base octogonal en la cúpula central de la Macsura de Alhakan II de la mezquita de Córdoba y de base cuadrada en la cúpula de la Capilla Real de la mezquita de Córdoba) el basamento o planta de arranque de dichas qubbas es claramente no cuadrado y responde a una proporción geométrica; lo que evidencia que no existe arbitrariedad sino expresa intencionalidad del arquitecto en su diseño.

La dificultad del trabajo ha sido identificar las proporciones utilizadas y comprobar su utilización en la arquitectura. Resultados que dependen de la planimetría existente, la mejor que se ha dispuesto, y del número de estudios geométricos realizado que ha posibilitado por repetición la identificación de algunas proporciones utilizadas en la arquitectura.

La cuestión sigue planteada ¿por qué la prevalencia de lo no cuadrado para estos singulares espacios? porque simultáneamente a comprobar que este basamento no es cuadrado, se verifica la exactitud geométrica de los octógonos y cúpulas que conforman el espacio abovedado, lo que se ha llamado simuladamente el "cielo" de la obra arquitectónica.

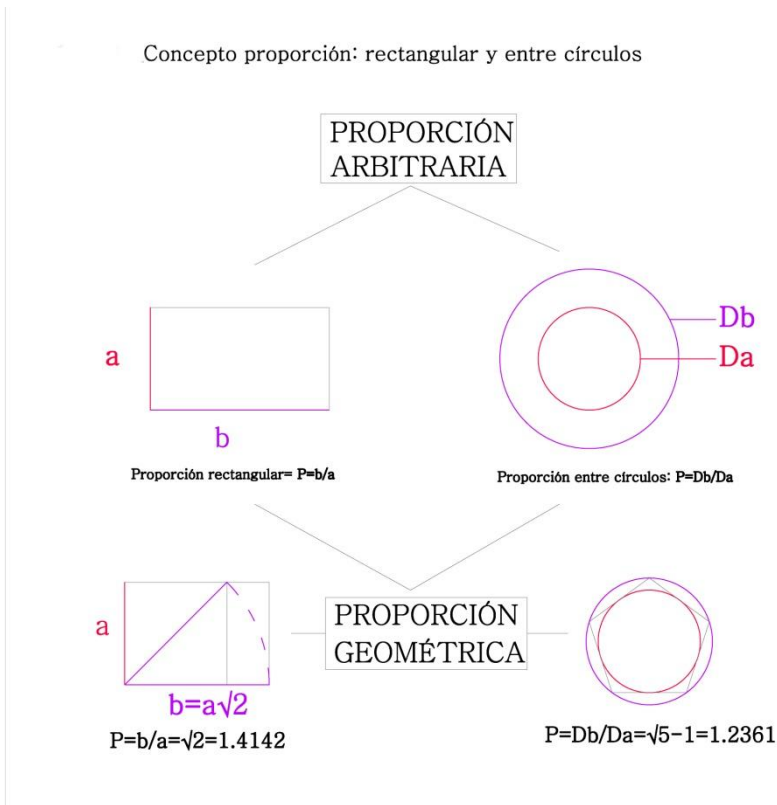


Fig.5. Concepto de proporción: proporción rectangular, es la derivada de relacionar el lado mayor con el lado menor en un rectángulo, y proporción entre círculos, es la que relaciona los diámetros de dos círculos. Diferenciación entre proporción arbitraria, que no interesa a este estudio, y proporción geométrica que denota una intencionalidad manifiesta con la utilización de la geometría en el diseño arquitectónico.

El estudio geométrico realizado parte del estudio de las proporciones utilizadas que se limita, por facilidad y claridad de los datos obtenidos, al ámbito de espacios rectangulares sencillos o la comparación entre el diámetro de círculos y trazado de arcos. La proporción de una dependencia rectangular de lados a =ancho y b =largo (siendo $b \geq a$) es $P=b/a$ =largo/ancho (con lo que $P \geq 1$). La proporción entre círculos de diámetros D_a y D_b es el cociente entre ellos, o sea, $P=D_b/D_a$ (siendo $D_b \geq D_a$, con lo que $P \geq 1$). El resultado de estos cocientes son números abstractos que no tienen magnitud o dimensión alguna. Ahora bien, puede ser una proporción arbitraria, un número cualquiera, o puede ser una proporción geométrica, entendiéndose por ello una proporción intencionada que utiliza en su diseño figuras geométricas, por ejemplo los polígonos regulares o el trazado de círculos tangentes, y que inherente a ello aparecen expresiones con números irracionales. (Fig. 5)

2. La arquitectura de qubba.

Aunque la qubba como elemento arquitectónico -espacio cúbico y bóveda hemisférica- ya está documentada en la antigüedad¹³⁸, en España alcanza su máximo esplendor en la ampliación de Alhakan II de la Mezquita de Córdoba, con las tres cúpulas de la Macsura y la capilla de Villaviciosa que ya hemos analizado geoméricamente con anterioridad.

Las tres cúpulas de la Macsura formalizan un transepto y definen una crujía paralela al muro de la quibla. (Fig. 6) Aunque el arranque de ambas cúpulas tiene un diseño octogonal perfecto, la planta de estos espacios tiene una proporción rectangular, que es muy evidente en la qubba central, con casi un 10 % de incremento que obliga a los pequeños capiteles de arranque de la base octogonal de la cúpula a sobresalir de los paramentos laterales Este y Oeste. La proporción de este espacio, donde se ubica el Califa y por lo tanto de la máxima cualificación, se identifica en la proporción geométrica generada por el rectángulo que engloba a seis círculos tangentes en forma circular (Fig.7) y que responde a la expresión matemática $[P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981]$ ¹³⁹.

En las qubbas laterales, con igual proporción en ambas, su planta podría fácilmente confundirse con la cuadrada, pero se trata de un rectángulo que geoméricamente responde a la proporción generada entre el diámetro

¹³⁸ En la arquitectura tardorromana, mesopotámico y sasánida, conforme nos describe Rafael Manzano Martos en *La qubba, aula regia en la España musulmana, Discurso de ingreso de 6 de marzo de 1994 en la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, Madrid 1994.

¹³⁹ Dicha proporción identificada por el autor será objeto de un desarrollo monográfico ulterior.

circunscrito y el diámetro inscrito a un dodecágono (Fig.8) y que responde a la expresión matemática $[P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353]$.

De otro lado, nos encontramos con la innovación estructural, constructiva y formal del trazado de nervaduras de las cúpulas, utilizando para ambas la geometría del octógono con un diseño diferenciado en cada una. En la cúpula central con trazado de diagonales menores que definen dos cuadrados girados 45° entre sí y permitiendo la colocación en el octógono central resultante de una gran cúpula. En las cúpulas laterales se parte igualmente de un octógono y al trazar todas las diagonales enfrentadas posibles se obtiene un nuevo octógono en el centro, sobre el que apoya una cúpula de menor dimensión.

La arquitectura de la qubba irá evolucionando, especialmente simplificando su sistema constructivo de cubiertas aprovechando las nuevas estructuras de artesanado de madera, que permiten eliminar el complicado trazado de arcos y bóvedas, evitando igualmente precisar el espacio de transición del cuadrado al octógono. La arquitectura mudéjar y nazarí asumirá este protagonismo, simplificando los espacios y las soluciones constructivas obteniendo una singular belleza de estos espacios, donde geometría y proporción siguen siendo protagonistas de la concepción arquitectónica.

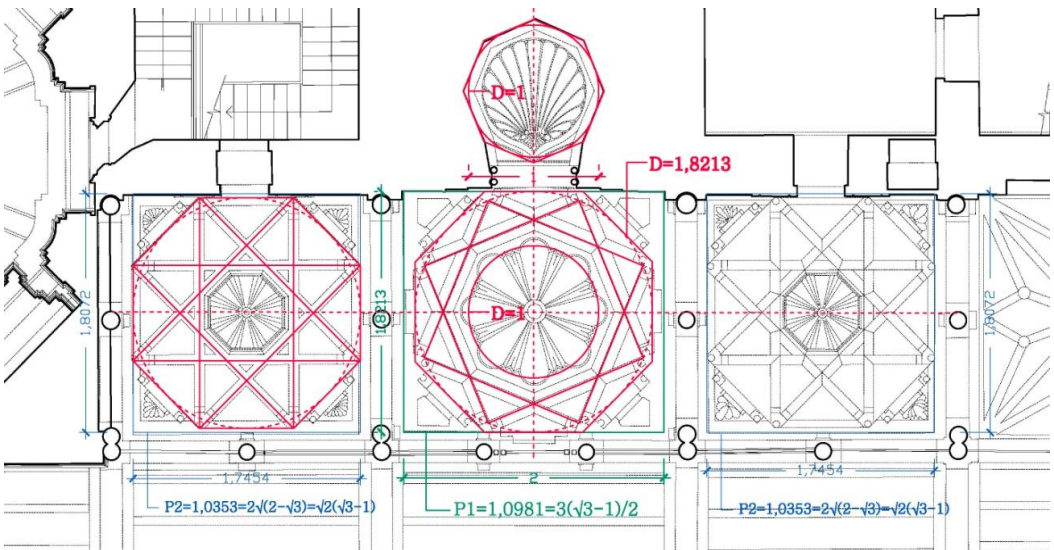


Fig.6. Estudio geométrico de las tres qubbas de la macsura de Alhakan II en la Mezquita de Córdoba, siglo X. La central con proporción $[P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981]$ y las laterales con proporción $[P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353]$.

$$P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981$$

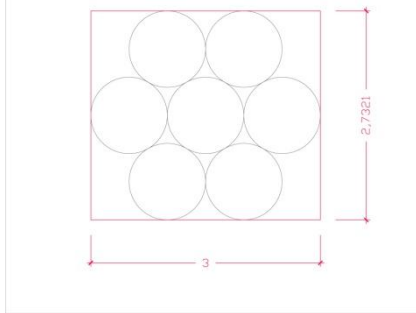


Fig. 7

$$P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353$$

(Diámetro circunscrito/Diámetro inscrito en DODECÁGONO)

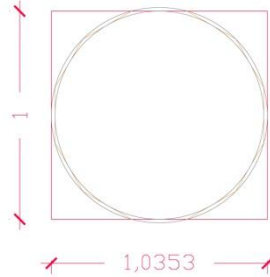


Fig. 8

Fig. 7. La singular proporción de la qubba central de la macsura cordobesa, responde a la geometría de un rectángulo que alberga seis círculos y responde a la expresión matemática $[P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981]$.

Fig. 8. La proporción se genera por el dodecágono, siendo la relación entre el diámetro del círculo circunscrito y el diámetro del círculo inscrito y responde a la expresión matemática $[P=2\sqrt{2-\sqrt{3}}=1,0353]$.

3. Estudio de proporciones y precedentes.

Desde el punto de vista arquitectónico, la arquitectura mozárabe en sus espacios más significativos del transepto y ábsides del presbiterio constituyen antecedentes de la ampliación de Alhakan II de la Mezquita de Córdoba, estimando que, a pesar de la excepcionalidad de sus qubbas, la arquitectura es un proceso evolutivo y que no parte de cero en su proceso creativo.

Así, se entiende que la incorporación de la qubba Capilla de Villaviciosa y las tres qubbas de la macsura, como principal innovación arquitectónica de la Aljama cordobesa, bien puede haber sido producto de la influencia de la mejor arquitectura mozárabe precedente. En las tres qubbas de la macsura en recuerdo a los tres espacios del transepto mozárabe, que en ambos casos se conforman con la prolongación de los pórticos y la definición de un pórtico transversal. Y en el esquema general compositivo, con la secuencia: qubba única de acceso (Capilla de Villaviciosa), tres naves, tres qubbas de la macsura y nicho del Mihrab; en similitud al esquema arquitectónico de precedentes cristianos, como San Juan de Baños (Visigoda, siglo VII -661-) y San Cipriano de San Cebrián de Mazote (Mozárabe, siglo X) (Fig.15), cuya estructura responde a la

secuencia: espacio de acceso en los pies de la iglesia, estructura basilical de tres naves, los tres espacios diferenciados del transepto y los ábsides de cabecera.

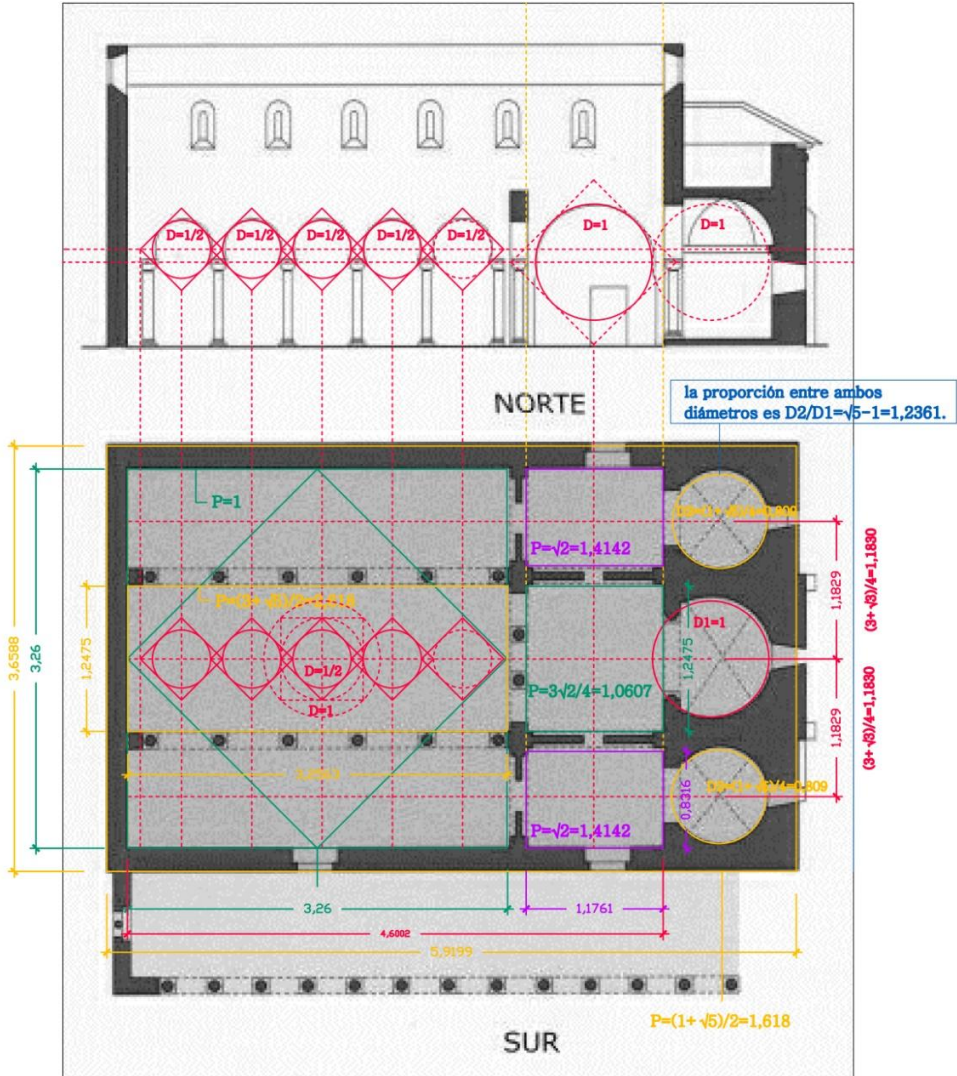


Fig. 9. Estudio geométrico en San Miguel de Escalada, Mozárabe (siglo X, 913). Proporción cuadrada [P=1] del espacio de 3 naves. Proporción "casi cuadrada" [P=3√2/4=1,0607] en transepto central. Proporción "diagonal" [P=√2=1,4142] en transeptos laterales. Proporción [P=√5-1=1,2361] entre diámetro de ábside central y diámetro de ábside lateral. Proporción áurea [P=(1+√5)/2=1,618] del exterior de la edificación, excluyendo la galería porticada.

El interés de este estudio sobre la arquitectura mozárabe precedente se centra en identificar la proporción utilizada en sus espacios más significativos, como los conformados en el transepto y en los ábsides. Así, en San Miguel de Escalada (siglo X, 913), los tres espacios rectangulares del transepto quedan definidos en las naves laterales por un arco de herradura y en la central por un ligero pórtico con tres arcos de herradura y dos columnas soporte, que tiene una clara misión arquitectónica y de adecuación a la liturgia mozárabe, logrando definir el espacio central (Fig. 9). Es necesario reseñar la coincidencia del trazado de este pórtico central con el correspondiente al pórtico de la nave central de la macsura cordobesa, máxime por la delgadez de las dovelas salmer, cuya comparación proporcional podemos apreciar en la figura 10. (Fig. 10)

Los espacios generados en este transepto son rectangulares, los laterales con proporción "diagonal"¹⁴⁰ [$P=\sqrt{2}=1,4142$] y el central con la proporción "casi cuadrada"¹⁴¹ [$P=3\sqrt{2}/4=1,0607$]. (Fig. 11).



Fig.10. Comparación del trazado de arcos en transepto de San Miguel de Escalada con el trazado de arcos en macsura central de Alhakan II de la Mezquita de Córdoba. Es de interés comprobar la similitud del trazado de arcos de herradura y la delgadez en el arranque de los mismos, lo que permite plantear la hipótesis de su relación estilística.

¹⁴⁰ Término establecido por Hernán Ruiz II, *Libro de Arquitectura, facsímil*, Fundación Sevillana de Electricidad, Sevilla 1998, f.50v.

¹⁴¹ Denominación del autor, la proporción queda establecida por el lado de un cuadrado y la altura de un equilátero, ambas figuras inscritas en igual círculo.

$P=3\sqrt{2}/4=1,0607$
 P. "casi cuadrada"

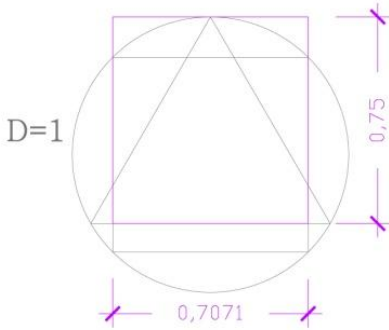


Fig. 11. Proporción "casi cuadrada", definida por el lado de un cuadrado y la altura de un equilátero, ambas figuras inscritas en el mismo círculo. Responde a la expresión matemática [$P=3\sqrt{2}/4=1,0607$].

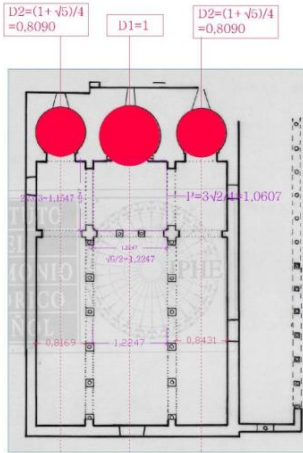
También es significativo el diseño de los ábsides de cabecera, con planta ultrasemicircular, y cuya relación entre el diámetro de la central y el diámetro de las laterales es la proporción [$P=\sqrt{5}-1=1,2361$]. De igual forma sucede, algo más tarde, en Santa María de Lebeña (925) cuando se relacionan los diámetros de los arcos de acceso a los ábsides, central y lateral. También se identifica igual proporción cuando relacionamos el diámetro de los arcos cegados que presiden el Salón Rico de Madinat al-Zahra, entre el central y el de las naves laterales. (Fig. 12 y 13) Vemos pues, que trabajando con plantas circulares y arcos de diferentes tamaños, existe igualmente una voluntad expresa de proporción entre sus diámetros.

[$P=1,3066$]¹⁴², que se subdivide por dos pórticos en el sentido Este-Oeste, de la orientación de las naves, y por tres pórticos en el sentido contrario Norte-Sur, generándose doce habitáculos con las siguientes proporciones: dos son cuadrados [$P=1$] y los diez restantes son rectángulos, resaltando la proporción [$P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353$] que se ubica doblemente en el transepto y en el ábside de ambas naves laterales; su disposición transversal, en el transepto respecto a la del presbiterio, refuerza la intencionalidad expresa de su utilización, y que resulta coincidente con la utilizada en las qubbas laterales de la macsura cordobesa.¹⁴³ (Fig. 14).

¹⁴² Proporción "cordobesa", identificada y denominada por Rafael de la Hoz Arderius, *La Proporción Cordobesa*, Imprenta Provincial (Palacio de la Diputación), Córdoba 1973.

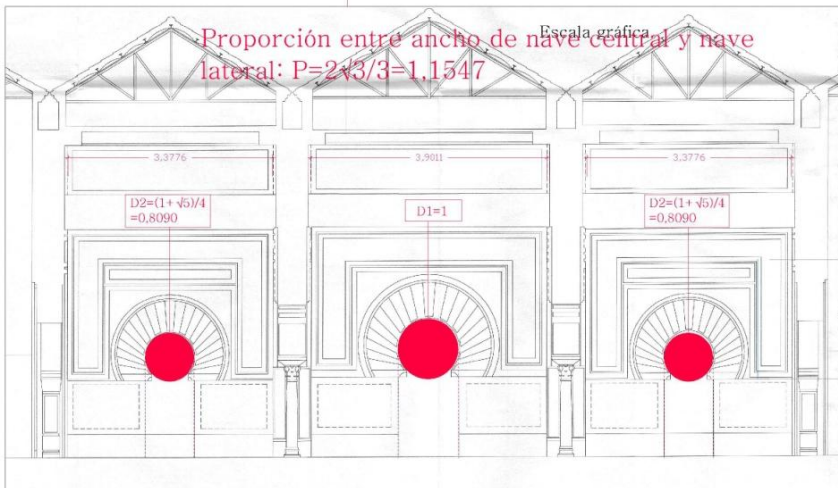
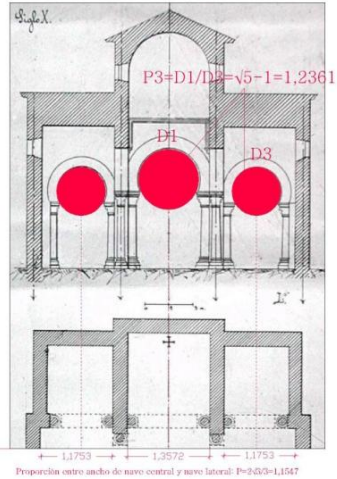
¹⁴³ Santa María de Lebeña se reafirma como un claro precedente para la identificación de la proporción de planta de las qubbas laterales de la macsura de Alhakan II de la Alhama cordobesa.

San Miguel de Escalada.
Siglo X (913)



Proporción $D2/D1=\sqrt{5}-1=1,2361$

Santa María de Lebeña.
Santander. Mozábare 925.



Salón Abderramán III. Sección transversal.

Fig. 12. La proporción $[P=\sqrt{5}-1=1,2361]$ es utilizada para proporcional círculos. Así, vemos los siguientes ejemplos: planta circular de ábsides de San Miguel de Escalada, relación entre diámetro del central y diámetro de los laterales; diámetro de arco central respecto del diámetro de arco lateral en alzado de cabecera de Santa María de Lebeña y en alzado principal interior del Salón Rico de Madinat al Zahra.

$$P = \sqrt{5} - 1 = 1,2361$$



Fig. 13. La proporción $[P = \sqrt{5} - 1 = 1,2361]$, geométicamente por la relación entre el círculo circunscrito e inscrito en un pentágono.

Continuando con los antecedentes, podemos analizar la planta de Santa María de Lebeña (925), enmarcada exteriormente en un rectángulo de proporción "cordobesa".

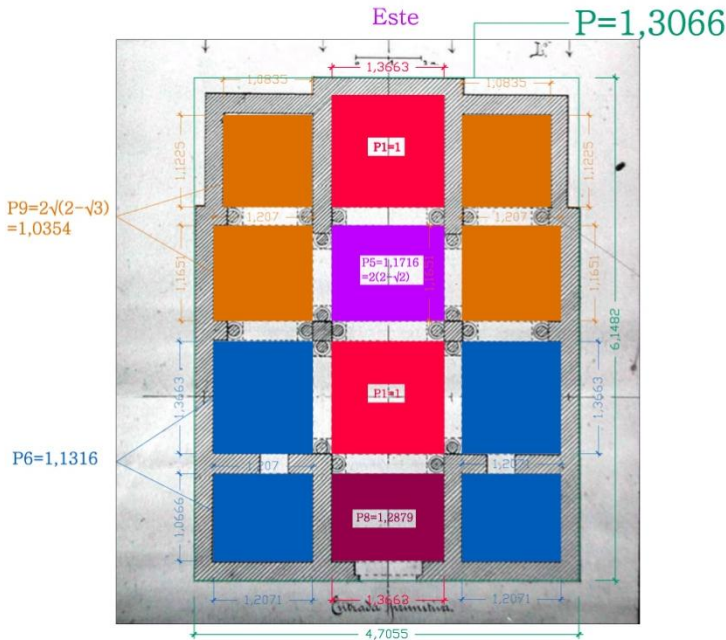


Fig. 14. Santa María de Lebeña. Mozárabe (siglo X, 925). Proporción cuadrada $[P=1]$ y proporciones rectangulares $[P = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1) = 1,0353]$ y $[P=1,1316]$, nótese que estas últimas quedan duplicadas la proporción pero con una disposición transversal, lo que crea diferentes espacios e intensifica, a nuestro juicio, la intencionalidad expresa del arquitecto de trabajar con proporción en el diseño de los espacios creados.

En San Cipriano de San Cebrián de Mazote es muy significativo la composición de planta en base a círculos de diferentes diámetros, cuya relación entre ellos responde a proporciones conocidas, lo que evidencia una intencionalidad expresa del diseño arquitectónico. Así, entre el diámetro del presbiterio (D2) y el ancho de la nave central, donde queda fijada la unidad (D1=1), obtenemos la proporción $[P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353]$. Entre (D1=1) y el diámetro de laterales del transepto (D2) nos da la proporción $[P=1,0515]$. Entre el diámetro del círculo de los pies de la iglesia (D3) y el diámetro unidad (D1=1) obtenemos la proporción $[P=3\sqrt{3}/4=1,299]$ (Fig.15)

La qubba central del crucero queda definida por un rectángulo de proporción "casi cuadrada" $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$ (Ver Fig. 11).

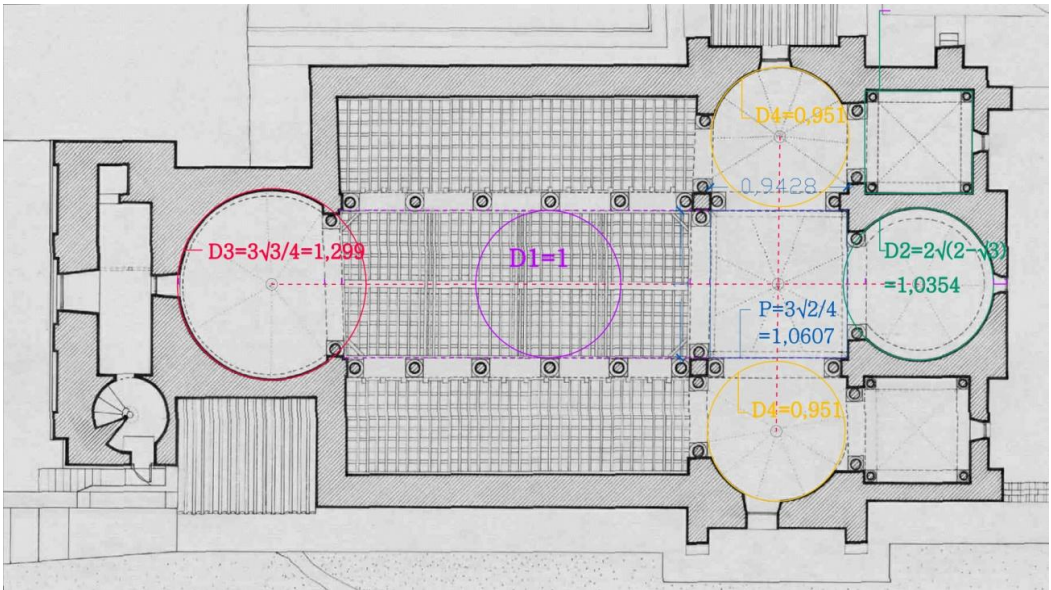


Fig. 15. Estudio geométrico San Cipriano de San Cebrián de Mazote, Mozárabe siglo X. Definida la unidad en la anchura de la nave central $D1=1$, cuatro círculos en forma de cruz latina: el del presbiterio con diámetro $D2=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353$; el de los pies de la iglesia con diámetro $D3=3\sqrt{3}/4=1,299$ y ambos círculos laterales del crucero con diámetro $D4=0,951$. Las relaciones entre ellos definen distintas proporciones.

La qubba central del transepto queda definida por un rectángulo con la proporción "casi cuadrada" $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$.

Como último ejemplo de la arquitectura mozárabe, en San Baudelio de Berlanga (siglo XI) comprobamos la utilización de la proporción $[P=2\sqrt{3}/3=1,1547]$, tanto para el espacio principal como en el espacio del presbiterio. La repetición de igual proporción para ambos espacios ratifica la expresa intencionalidad de su utilización.(Fig.16) Ésta tiene un significativo precedente en la arquitectura califal cordobesa, en el Salón Rico de Madinat al Zahra, al definir la planta del conjunto basilical de tres naves. (Fig.17) También es utilizada en los recercados de arcos ciegos en cabecera de naves laterales, así como para establecer la proporción entre la anchura de la nave central respecto del ancho de las laterales¹⁴⁴, es por lo que se le ha denominado proporción "Salón Rico"¹⁴⁵. (Fig. 18 y 19).

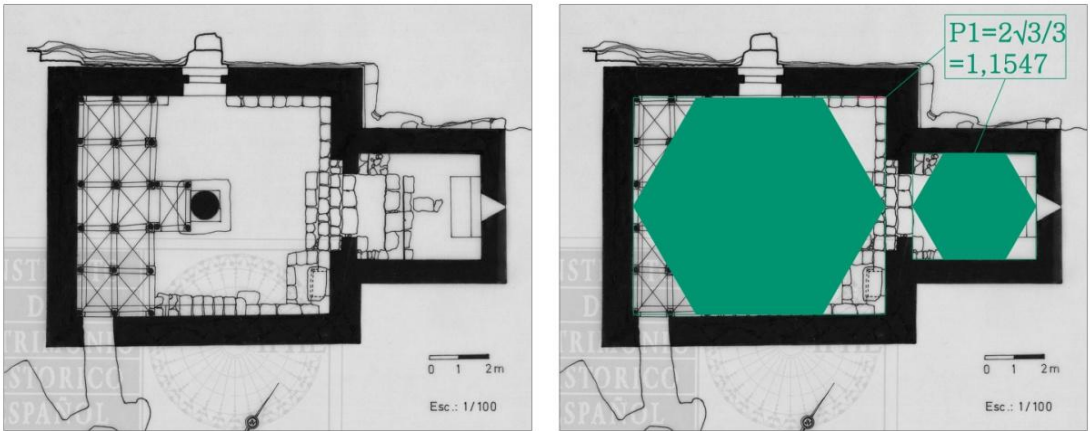


Fig. 16. San Baudelio de Berlanga, Soria, Mozárabe del siglo XI. La planta rectangular queda identificada con la proporción llamada "Salón Rico" $[P=2\sqrt{3}/3=1,1547]$, lo más curioso es que el presbiterio mantiene la misma proporción.

¹⁴⁴ Igual proporción y con igual criterio de proporcionalidad entre anchura de naves, será utilizada en la Mezquita fundacional de Córdoba, para proporcionar la anchura de la nave central (14) respecto de las intermedias (10 a 13 y 15 a 18), e igualmente para proporcionar la anchura de las naves intermedias respecto a las naves extremas (9 y 19).

¹⁴⁵ Geométricamente queda definida por un rectángulo que engloba a un equilátero o a un hexágono, responde a la expresión matemática $[P=2\sqrt{3}/3=1,1547]$.

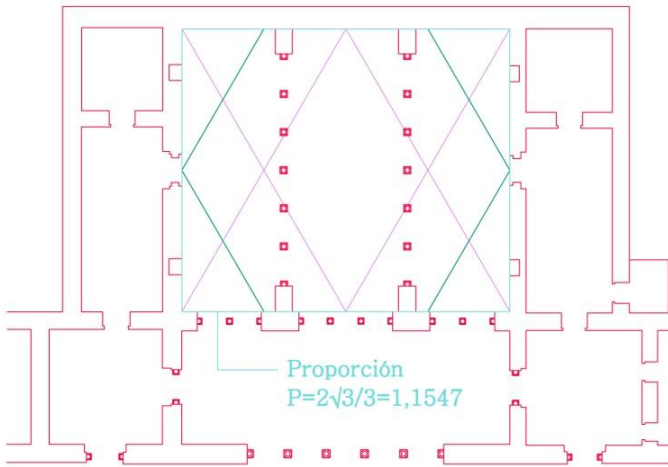


Fig. 17. Salón Rico de Madinat al-Zhara. Proporción de planta del espacio basilical de tres naves [$P=2\sqrt{3}/3=1,1547$].

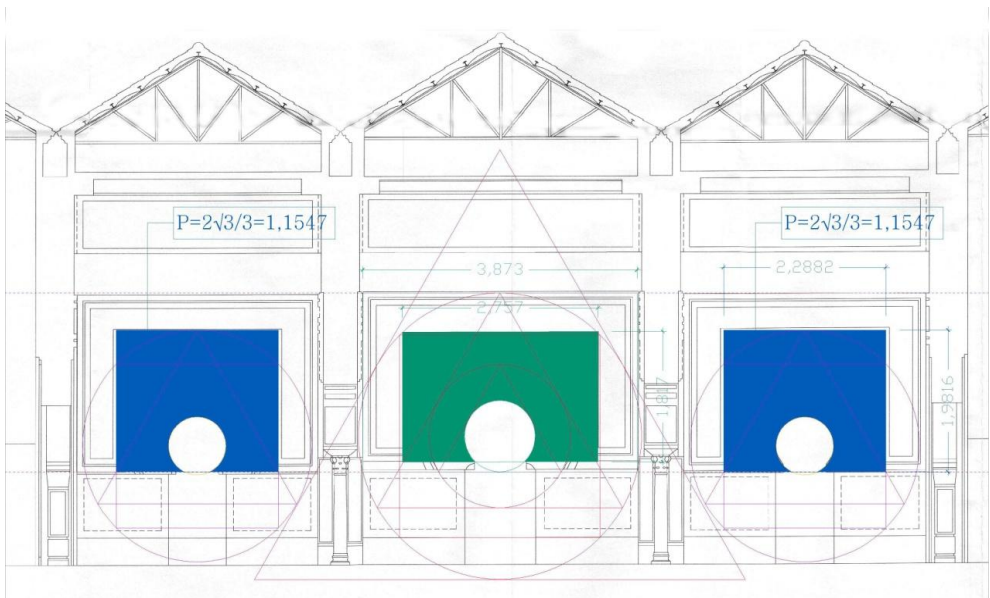


Fig. 18. Alzado-sección de cabecera del Salón Rico de Madinat al-Zhara. Los recercados de cabeceras laterales tienen la proporción [$P=2\sqrt{3}/3=1,1547$]. La minoración de la anchura de la nave central respecto a las laterales siguen la proporción citada.

$$P=2\sqrt{3}/3=1,1547$$

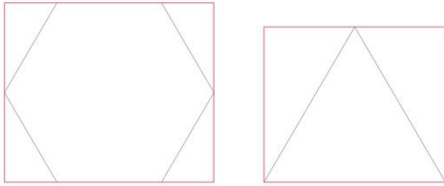


Fig.19. Identificación geométrica de la proporción "Salón Rico", que responde a la expresión matemática $[P=2\sqrt{3}/3=1,1547]$.

Con estos antecedentes de la arquitectura hispanomusulmana podrá entenderse que las qubbas de la macsura cordobesa puedan ser intencionadamente no cuadradas en su planta, lo que es mucho más notable en su proporción vertical, alejándose muy notablemente del teórico cubo.

También debemos preguntarnos en lo referido al estudio de proporciones ¿qué pasa en la arquitectura después del Califato?, cuestión que profundizaremos en otra ocasión, pero a modo de avance a los objetivos de este estudio, puede concluirse una continuidad en el tiempo de los criterios anteriormente expuestos. Así, identificamos la proporción de la planta de las qubbas más significativas: Cuarto Real de Santo Domingo (siglo XIII) $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$; El Peinador de la Reina (1309-1314) $[P=\sqrt{2}=1,4142]$; Sala de Justicia del Alcázar de Sevilla (1340) $[P=1]$; Salón de Embajadores del Alcázar de Sevilla (1350-1369) $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$; Alcázar Genil de Granada (siglo XIII) $[P=1]$; Oratorio del Partal de la Alhambra (Yusuf I, 1330-1352) $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$; Salón de Comares de la Alhambra (Yusuf I, 1330-1352) $[P=1,0515]$; Santa Clara de Tordesillas, sala dorada (1363) $[P=1]$; Capilla Real de la Mezquita de Córdoba (1371) $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$.

Con estas comprobaciones realizadas, en algunas piezas de nuestra arquitectura de qubba, se evidencia la escasa preocupación arquitectónica por la utilización de la planta cuadrada y la prevalencia de la utilización de formas rectangulares no arbitrarias, ni como resultado de un diseño aleatorio, todo lo contrario, nos encontramos con proporciones geométricas que se derivan de una geometría básica y por ello debemos presumir una intencionalidad expresa de su autor, y en consecuencia un protagonismo de la geometría como argumento compositivo de la arquitectura medieval. Se trata de un amplio periodo de al menos seis siglos, donde las proporciones señaladas pueden ser identificadas y que comprobamos la reiteración de su utilización en nuestra arquitectura.

La mayor parte de estas proporciones han quedado reflejadas en las nueve cúpulas en que queda subdividida la estructura arquitectónica de la Mezquita del

Cristo de la Luz en Toledo, lo que nos sugiere la comparación, simuladamente, como si de un libro de arquitectura se tratara -datado en el siglo X (999)-, tanto de trazados como de proporciones: $[P=1]$; $[P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353]$; $[P=1,0515]$; $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$; $[P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981]$ y $[P=\sqrt{5}/2=1,118]$ (Fig. 20, 21, 22 y 23).

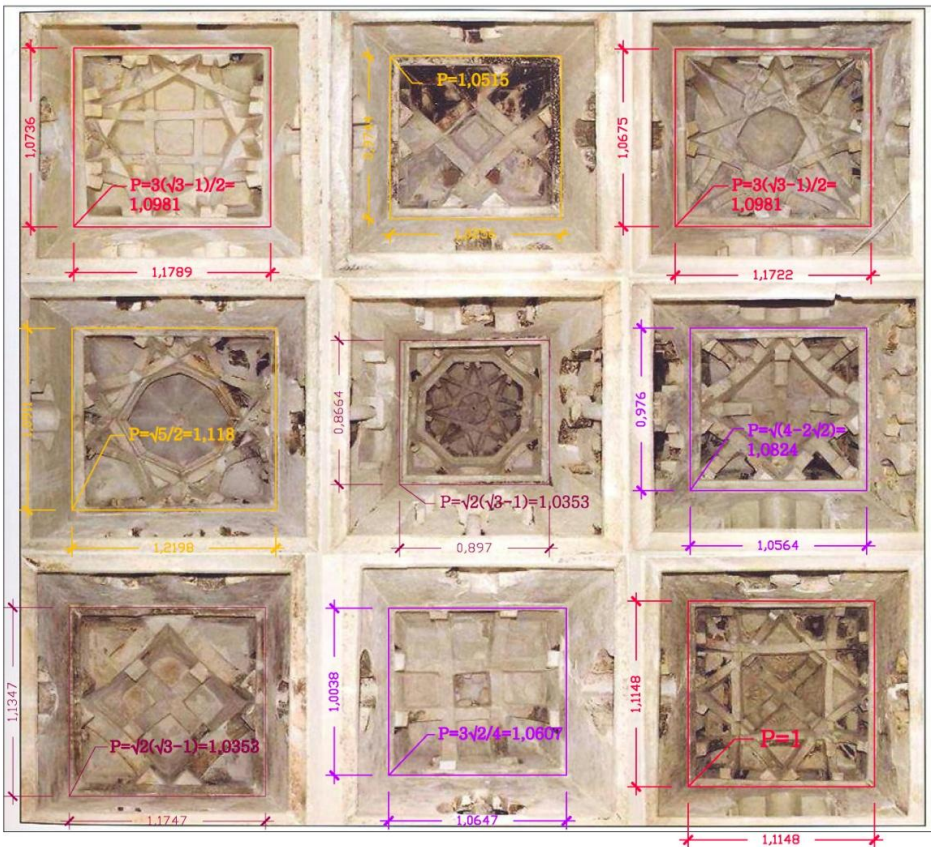


Fig. 20. Mezquita del Cristo de la Luz. Toledo, siglo X (999). Planta de nueve bóvedas; el estudio geométrico de sus proporciones nos revela que a excepción de una de ellas, de proporción $[P=1]$, las ocho restantes tienen proporciones no cuadradas. Todas ellas son proporciones geométricas, las de las qubbas de Alhakan II en la mezquita de Córdoba, $[P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981]$ en la central y $[P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353]$ en las laterales, y la proporción denominada "casi cuadrada" $[P=3\sqrt{2}/4=1,0607]$. Aparecen nuevas proporciones derivadas del pentágono como $[P=1,0515]$ y $[P=\sqrt{5}/2=1,118]$ y otro proporción derivada del octógono $[P=\sqrt{(4-2\sqrt{2})}=1,0824]$.

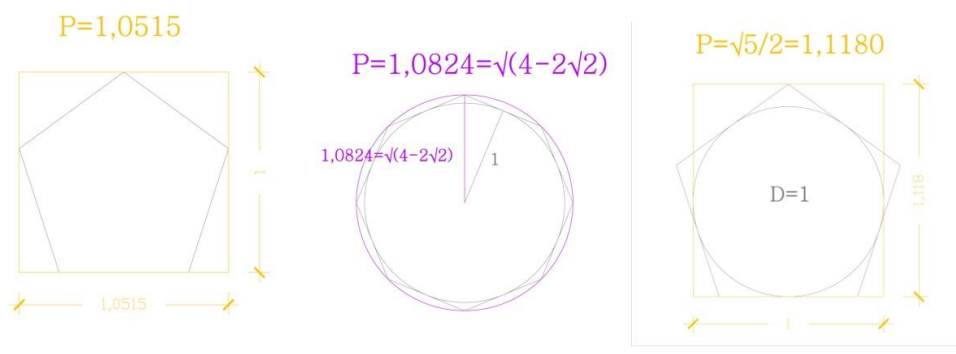


Fig. 21. Proporción contenida en el rectángulo que delimita a un pentágono.

Fig. 22. Proporción contenida en el octógono, entre el radio del círculo que lo circunscribe y la apotema. Responde a la expresión irracional $P=\sqrt{(4-2\sqrt{2})}=1,0824$.

Fig. 23. Proporción contenida en el pentágono, entre la altura del mismo y el diámetro del círculo inscrito en el mismo.

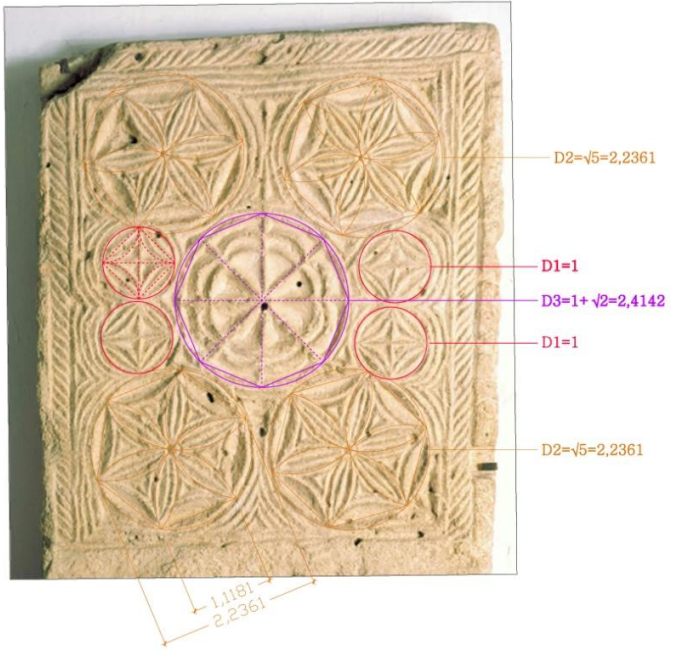


Fig. 24. Cancel visigodo en el Museo Arqueológico de Granada, siglos VI y VII. El tamaño de los círculos no es aleatorio; si fijamos la unidad en el más pequeño ($D1=1$) obtenemos $D2=\sqrt{5}=2,2361$ y $D3=1+\sqrt{2}=2,4142$. Lo que genera las proporciones entre ellos: $[P=\sqrt{5}=2,2361]$ y $[P=1+\sqrt{2}=2,4142]$.

Retrocediendo al origen podemos preguntarnos ¿cuál es el inicio de esta tendencia de la arquitectura de trabajar con proporciones geométricas? Obviamente resulta difícil, aunque podemos descartar su origen romano, cuyas proporciones derivan de números enteros o fracciones de números enteros como queda recogido por Vitrubio¹⁴⁶ y que, salvo la proporción $\sqrt{2}$, no plantea proporciones de origen geométrico o relacionadas con los números irracionales.

De otro lado, sabemos del interés por lo geométrico en la cultura visigoda, constatado más por los elementos de decoración que por la escasa arquitectura conservada. Por ello llama la atención la progresión de los diámetros fijados en el cancel visigodo conservado en el museo arqueológico de Granada, siglos VI-VII, con la secuencia de diámetros de los círculos representados: $D1=1$ (trazado cuadrado), $D2=\sqrt{5}=2,2361$ (trazado de flor hexagonal) y $D3=1+\sqrt{2}=2,4142$ (trazado octogonal). (Fig.24). Igualmente, en la mesa de altar de Santa María de Lebeña, de adscripción visigoda o mozárabe, con la secuencia de diámetros de círculos: $D1=1$, $D2=(1+\sqrt{5})/2=1,618$, $D3=1+(\sqrt{2}/2)=1,7071$, $D4=2\sqrt{5}=4,4721$ y $D5=5$. (Fig. 25).



Fig. 25. Mesa de altar visigoda o mozárabe en Santa María de Lebeña. No es aleatoria, sino expresamente intencionada, la secuencia de los diámetros de los círculos representados: $D1=1$; $D2= (1+\sqrt{5})/2=1,618$; $D3=1+(\sqrt{2}/2)=1,7071$; $D4=2\sqrt{5}=4,4721$ y $D5=5$. Igualmente el rectángulo de la mesa tiene la proporción $[P= (1+\sqrt{5})/2=1,618]$, llamada proporción "áurea".

¹⁴⁶ Vitrubio Polion, *Los diez libros de arquitectura*.

Y, finalmente a la pregunta base ya planteada de ¿por qué prevalece la planta rectangular sobre la cuadrada? tras el estudio realizado nos permite plantear una hipótesis en el contexto de una arquitectura donde la geometría asume un papel determinante: la prevalencia de lo no cuadrado deriva del profundo conocimiento de la geometría y de las proporciones. Algo rectangular y proporcionado geométricamente tendrá más interés para el arquitecto que la simple proporción cuadrada ($P=1$), porque dichas proporciones encierran las claves de un conocimiento geométrico "secreto" y donde entran en juego el atractivo o la "magia" de los números irracionales.



Fig. 26. Capilla Real de la Mezquita de Córdoba, siglo XIV, arco sur de la Capilla visto desde el interior de la misma y visto desde el exterior, desde la nave 13. A la pregunta ¿existió la geometría y la proporción como instrumento de trabajo del arquitecto medieval? esta capilla Mudéjar nos evidencia en este arco, coetáneo por ambas caras en la fecha de construcción de la capilla, dos imágenes y dos proporciones muy diferentes: una la vista desde el interior, con la proporción "diagonal" [$P=\sqrt{2}=1,4142$] y otra para la vista desde el exterior con la proporción [$P=1,0515$].

Si nos adentrados en este desconocido mundo del trabajo del arquitecto, intentando comprender la importancia de la geometría como argumento de su trabajo compositivo, podrá ser más fácil entender la prevalencia de lo rectangular, cuya proporción nunca es aleatoria, sino totalmente intencionada y derivada del empleo de la geometría. Así, a modo de ejemplo, la construcción de la Capilla Real de la Mezquita de Córdoba (1371) exige la delimitación de su espacio por el lado Sur, ya que los otros tres lados ya están definidos en la arquitectura de la ampliación de Alhakan II, para ello se dispone un arco polilobulado mudéjar que tiene una imagen compositiva bien diferente al interior de la capilla que al exterior -recayente a la nave 13 de la mezquita-. Pero lo que nos interesa, es evidenciar la utilización de dos proporciones y composiciones bien diferentes. Una al interior, plantea el arco polilobulado enmarcado por un rectángulo horizontal con decoración de yesería que utiliza la proporción "diagonal" [$P=\sqrt{2}$]. Y otra al exterior de la capilla, se realiza una composición enmarcando el mismo arco polilobulado en un rectángulo vertical con la proporción [$P=1,0515$]. (Fig.26).

4. Conclusiones.

En este artículo sólo se aborda el estudio de la proporción de la planta, para facilitar su comprensión e identificación, y será objeto de futuras reflexiones proseguir la tarea emprendida en el estudio geométrico de una arquitectura vertical, de los alzados interiores y de los recercados que lo componen. Pero sí debe anticiparse que el ejercicio arquitectónico no se limita exclusivamente a proporcionar la planta, sino que existe un ejercicio arquitectónico completo, como idea global que organiza y relaciona la planta y los alzados, también los recercados y la decoración. En fin, un ejercicio de coherencia y globalidad en similitud a como hoy es entendido por la arquitectura.

El atractivo de estos números con decimales “infinitos”, los llamados “inconmesurables” de la antigüedad, y su exploración por el arquitecto desde el sencillo instrumento del compás, hacen del conocimiento de la geometría uno de los principales argumentos de trabajo del arquitecto medieval, muy posiblemente parte de sus secretos gremiales celosamente guardados.

El estudio realizado se ha limitado para una mejor comprensión a los sencillos espacios arquitectónicos, de tipo qubbas y sus antecedentes, que son espacios únicos rectangulares que no admiten ninguna duda en el cálculo de su proporción de planta; pero se enmarca en el contexto de una preocupación más global que bajo el título “la geometría olvidada” se pregunta ¿existió la geometría y la proporción en la arquitectura medieval? y se ejercita redibujando

nuestra arquitectura heredada, constatando nuestro escaso conocimiento actual.

Entre las conclusiones, podemos constatar que no se trata de una proporción concreta y fija, sino del empleo de variadas proporciones geométricas, que por repetición quedan identificadas en los ejemplos de arquitectura analizados. Y ello, en un amplio periodo de tiempo, al menos desde principios del siglo X hasta la llegada del Renacimiento en el XVI, especialmente en la arquitectura mozárabe, islámica y mudéjar, lo que puede denotar unos lazos de unión entre ellas, con la geometría como aglutinante o nexo de unión.

En otros ensayos sería objeto de reflexión y análisis las diferencias con otras arquitecturas hispanas como la prerrománica Asturiana¹⁴⁷, tendente a una tradición romana, el románico y el gótico, donde se evidencia una menor intensidad de lo geométrico¹⁴⁸.

En el recorrido hasta ahora analizado se evidencia la intencionalidad del título de este artículo "la qubba no cuadrada", donde la planta rectangular prevalece sobre la cuadrada y por lo tanto se genera una proporción que no es arbitraria sino totalmente intencionada. Estas proporciones son geométricas porque son generadas desde figuras simples de la geometría. Así quedan identificadas las siguientes proporciones: $P=\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)=1,0353$ (Fig.8); $P=1,0515$ (Fig.21); $P=3\sqrt{2}/4=1,0607$ (Fig.11); $P=\sqrt{(4-2\sqrt{2})}=1,0824$ (Fig.22); $P=3(\sqrt{3}-1)/2=1,0981$ (Fig.7); $P=2\sqrt{3}/3=1,1547$ (Fig.19); $P=\sqrt{5}/2=1,118$ (Fig.23); $P=(1+\sqrt{2})/2=1,2071$ (Fig.2); $P=\sqrt{5}-1=1,2361$ (Fig.13).

La utilización de la geometría y de la proporción no es un hecho anecdótico o una coincidencia. No es casualidad la utilización de la misma proporción de planta [$P=2\sqrt{3}/3=1,1547$] entre el Salón Rico de Madinat al-Zahra (Fig.16 y 17) y San Baudelio de Berlanga (Fig.15). Ni la proporción [$P=1,0515$] que es utilizada en la mezquita del Cristo de la Luz (Fig.19) y en el salón de Comares de la Alhambra. Tampoco puede ser una casualidad la proporción "casi cuadrada" [$P=3\sqrt{2}/4=1,0607$], de prolija utilización, que la encontramos en transepto central de San Miguel de Escalada (Fig.8) y de San Cipriano de San Cebrián de Mazote (Fig.14), en la mezquita del Cristo de la Luz (Fig.19), en las plantas de las qubbas: Cuarto Real de Santo Domingo, Salón de Embajadores del Alcázar de Sevilla, Oratorio del Partal de la Alhambra y Capilla Real de la Mezquita de Córdoba.

¹⁴⁷ ARIAS PÁRAMO, L, *Fundamentos geométricos, metrológicos y sistemas de proporción en la arquitectura altomedieval asturiana (siglos VIII y X)*, AEspA nº 74, 2001, pp.233-280.

¹⁴⁸ Es una apreciación muy genérica, que el autor no comparte, y debe ser objeto de un estudio muy especializado.

Si concluimos el interés del arquitecto medieval en la geometría, puede inducirnos a utilizar ésta como instrumento de investigación y de acercamiento al conocimiento de nuestra herencia patrimonial. Especialmente en la arquitectura mozárabe, islámica y mudéjar, donde las comprobaciones realizadas nos evidencian la utilización de la misma.

El estudio de nuestros monumentos desde esta perspectiva de la geometría, dibujando o redibujando nuestro patrimonio heredado, nos abre nuevas puertas al estudio de un patrimonio complejo, de interferencias e influencias mutuas que conforma una singular arquitectura hispanomusulmana. En un contexto geográfico, político y religioso que va evolucionando en el tiempo, complicándose con los movimientos de repoblación cristiana en el Norte peninsular y el sucesivo avance de la reconquista cristiana. Todo ello va configurando un entramado de relaciones que enriquece la arquitectura española en un amplio periodo de tiempo.

Rafael Manzano¹⁴⁹ nos habla de ese carácter mágico atribuido a la qubba que, con independencia de otras consideraciones, desde la perspectiva de la arquitectura esta cualidad del espacio debe entroncar directamente con la utilización de unas proporciones y de una geometría, obviamente ocultas, como argumento compositivo del arquitecto medieval. También deberá considerarse qué parte de dichos conocimientos derivan de una tradición constructiva, de la inercia o saber gremial heredado, o se trata de aportaciones nuevas.

No es objeto de este estudio adentrarse en la metodología de trabajo del arquitecto medieval, en la concepción, representación y ejecución del proyecto de arquitectura, cuestiones todas ellas muy desconocidas. Pero si nos olvidamos de nuestro concepto de métrica actual e intentamos comprender el concepto de la unidad¹⁵⁰ (el 1 como generador del resto de números) y el concepto de proporcionalidad respecto a esa unidad de referencia, podríamos pensar que el arquitecto medieval con una idea geométrica sencilla como argumento de su proyecto, y sin precisar una planimetría previa, podría ser suficiente para la ejecución de una obra de arquitectura con toda su coherencia.

Ya sea para afirmar o para denegar el empleo de la geometría en la

¹⁴⁹ Manzano Martos, Rafael, *La qubba, aula regia en la España musulmana*, Discurso de ingreso de 6 de marzo de 1994 en la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando, Madrid 1994.

¹⁵⁰ El concepto de unidad es un concepto abstracto que no tiene magnitud física, tan pequeño o tan grande como queramos, hasta que ésta es fijada por el arquitecto. La proporción es un concepto abstracto, tampoco tiene una magnitud física, que se relaciona y compara con la unidad de referencia.

arquitectura medieval, el estudio nuestros monumentos desde esta perspectiva nos abre nuevas puertas de investigación, convirtiéndose en un instrumento útil para avanzar en su conocimiento y diferenciación, en un contexto de interferencias y de aportaciones mutuas de una España cristiana - musulmana.

5. Bibliografía.

AMIR-MOEZ, A.R., "A paper of Omar Khayyam", en *Stripta Matemática*, XXVI, 1963, p.329.

ARIAS PÁRAMO, L, "*Fundamentos geométricos, metrológicos y sistemas de proporción en la arquitectura altomedieval asturiana (siglos VIII y X)*", AEspA nº 74, 2001, pp.233-280.

BAUTISTA, J. Maestro Carpintero, "*Publicado en la presentación del libro CARPINTERÍA DE LO BLANCO (Diego López de Arenas)*", Madrid 1633.

EUCLIDES, "*Los Elementos*", Edición Princeps por Tadtolt, Venecia 1482.

GONZÁLEZ URBANEJA, P.M. "*La solución de Euxodo a la crisis de los inconmensurables. La teoría de la proporción y el método de exhaustión*", SIGMA 33, diciembre 2008, pp. 101-129.

HERNÁN RUIZ II, *Libro de Arquitectura*, Fundación Sevillana de Electricidad (Estudios y facsímil), Sevilla 1998.

HERNÁNDEZ JIMÉNEZ, F. "*El codo en la historiografía árabe de la Mezquita Mayor de Córdoba: contribución al estudio del monumento*", AL-MULK. Anuario de estudios arabistas. Nº 2, Madrid 1961.

HERNÁNDEZ JIMÉNEZ, F. "*El Alminar de Abd al-Rahman III en la Mezquita Mayor de Córdoba. Génesis y repercusiones.*" Patronato de la Alhambra. Granada 1975.

HOZ ARDERIUS, R. DE LA, "*La Proporción cordobesa*", Córdoba 1973.

LÓPEZ DE ARENAS, D. "*Breve compendio de la Carpintería de lo blanco y tratado de alarifes*", Impreso por Luis Estupiñan, Sevilla 1633.

MANZANO MARTOS, R. "*La qubba, aula regia en la España musulmana*", Discurso de ingreso de 6 de marzo de 1994 en la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando, Madrid 1994.

OCAÑA JIMÉNEZ, M, "*Arquitectos y mano de obra en la construcción de la gran Mezquita de Córdoba*", Cuadernos de la Alhambra nº 22, Granada 1986.

PACCIOLI, L. "*Suma aritmetica geometria-proportioni-et-proportionalita*", 1494.

PACCIOLI, L. *"De la Divina Proporción"*, 1498.

RIOBÓO CAMACHO, F. *"Restauración de la Capilla Fernandina del Archivo Histórico Provincial de Córdoba"*, Cuadernos de intervención en el Patrimonio Histórico nº 2, *Córdoba 1991*, pp.12-20.

RUIZ ALONSO, R. *"El esgrafiado en Segovia"*, Tesis doctoral UCM Facultad de Geografía e Historia. Dep. Arte Medieval. ISBN: 978-84-8466-137-5, *Madrid 2002*.

VALLEJO TRIANO, A. *La ciudad califal de Madinat al-Zhara*. Córdoba 2010.

VITRUVIO POLIÓN, M.L. *Los diez libros de arquitectura*.