PROCEDIMIENTO EMPÍRICO

para determinar aproximadamente las distancias de los planetas al Sol, y los tiempos de su revolución al rededor del mismo.

Conocida es de todos la famosa ley empírica de Bode, cuya expresión es $d = o, 4, + 0, 3 \times 2^{n,}$ en la que para valores enteros de n, desde cero hasta siete, nos da las distancias de los planetas, desde Venus a Neptuno, siendo para el valor $n = 4$, el que corresponde a la distancia media de los asteroides. Dicha fórmula presenta grandes errores, como veremos después.

Posteriormente el astrónomo italiano G. Armellini, ha dado una fórmula exponencial, $d + 1, 53^{n,}$ que para valores de n enteros y comprendidos entre $- 2$ y $= 8$, da las distancias aproximadas a los planetas, así como de algunos asteroides escogidos convenientemente. La correspondiente a $n = 6$, ha sido designada (vacante) por no corresponder ni a ningún planeta ni a ningún asteroide.

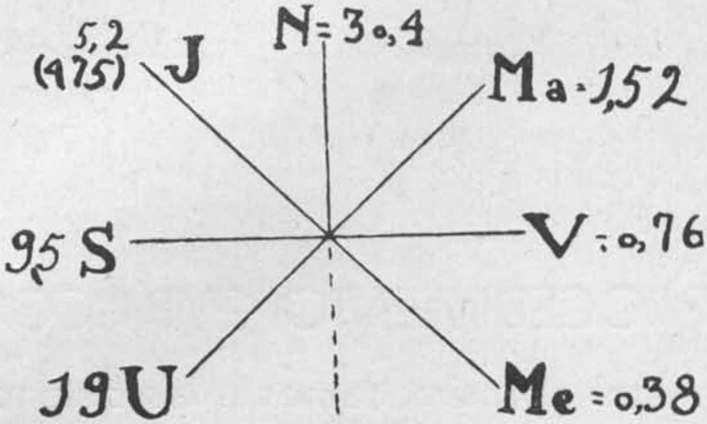
No solamente no tratamos de quitar importancia a estas reglas empíricas, sino que las creemos de un mérito extraordinario, sobre todo la segunda, a pesar de sus errores, como más adelante veremos.

La que hemos deducido, por combinaciones entre las diversas distancias, es desde luego muy fácil de recordar; los errores en conjunto más pequeños, y se obtienen las distancias de una manera fácil y rápida.

Siendo 1 la distancia de la Tierra, prescindiendo de ella, dejamos reducida la regla a los siete planetas restantes.

El método, que es el siguiente, lo hemos denominado del número 19, por ser las cantidades que se obtienen, múltiplos y divisores de dicho número.

BRAC, 27 (1930) 153-157



Se traza una radiación de siete rayos, escribiendo en uno de ellos (en el superior) la letra *N*, o sea Neptuno. Después de derecha a izquierda en sentido circular, se colocan las iniciales de todos los demás planetas, desde Mercurio a Neptuno. (Desde luego se prescinde de la Tierra). Frente de Neptuno, se escribe 304, y después en sentido del movimiento de las manecillas de un reloj, se escribe sucesivamente, la mitad del número obtenido anteriormente. es decir: $^1/_2$ de 304 = 152; $^1/_2$ de 152 = 76, etcétera, hasta llegar a Júpiter. El resultado de Júpiter se reforma sumando unidades y decenas, que nos da 2, y la decena que resulta se suma con 4, obteniendo el resultado de 52, que sustituye a 475.

Una vez hecha esta sustitución, se dividen por 100 los que hay a la derecha de 19, y por 10 los que hay a la izquierda, obteniendo las distancias aproximadas, que como vamos a probar, son en conjunto más exactas que por los dos métodos anteriores.

PLANETAS	Distancias	Distancias	Distancias por nuestro método	Distancias	ABSOLUTOS			RELATIVOS		
	Bode	Armellini		Reales	Errores de Bode	Errores de Arme	Errores por n. mdo.	Errores de Bode	Errores de Arme	Errores por nuestro mdo
Mercurio.	0'400	0'427	0'380	0'387	0'013	0'040	0'007	0'033	0'103	0'018
Venus....	0'700	0'653	0'760	0'723	0'023	0'070	0'037	0'031	0,096	0'051
Marte....	1'60	1'53	1'52	1'523	0'077	0'007	0'003	0'050	0'004	0'002
Júpiter...	5'20	5'48	4'75	5'202	0'002	0'278	0'452	0'0004	0'053	0'086
Saturno..	10'00	8'38	9'50	9'538	0'462	1'158	0'038	0'048	0'121	0'004
Urano...	19'60	19'16	19'00	19'190	0'410	0'030	0'190	0'021	0'001	0'009
Neptuno.	38'80	29'76	30'40	30'070	8'730	0'310	0'330	0'290	0'010	0'010
			TOTALES		9'717	1'893	1'057	0'473	0'388	0'180

BRAC, 27 (1930) 153-157

En la distancia de Júpiter, hemos dejado el submúltiplo 4'75 de 19 en vez del número reformado 5'2, por que siendo éste 4'75 el que por nuestro método tiene más error, nos ponemos en el caso más desfavorable.

De la observación de la presente tabla se deduce que la suma de los errores absolutos es por nuestro método, la novena parte del de Bode, y como la mitad del de Armellini. En cuanto a la de los relativos, se observa que es la mitad del de Armellini, y unas dos quintas partes del de Bode.

Respecto a los errores relativos aislados, que es lo que tiene más importancia, observaremos que por Bode hay uno de 0'290, correspondiente a Neptuno. Por Armellini, de 0'121, que corresponde a Saturno, y por el nuestro, el mayor es de 0'086, que lo es de Júpiter.

Reducidos estos errores máximos a millones de kilómetros, y tomando como unidad de distancia la de la Tierra, que es de 150 millones de kilómetros, tendremos que al primero corresponde un valor de 8'73 × 150 millones; al segundo de 1'158 × 150 millones, y al tercero de 0'452 × 150, cuyos resultados son 1.309'5 millones de kilómetros de error para el primero; 173'7 para el segundo, y 63'8 para el tercero.

Conocidas las distancias aproximadas por nuestro método y escritos los planetas por su orden natural, incluyendo la Tierra, véamos ahora el método tan facilísimo para determinar aproximadamente el número de años que invierten en su revolución alrededor del Sol.

PLANETAS	Distancias por nuestro método	Coeficientes a multiplicar por las distancias	Revoluciones aproximadas — Años	Revoluciones exactas — Años	Errores absolutos	Errores relativos
Mercurio	0'38	3/5	0'228	0'241	0'013	0'053
Venus	0'76	4/5	0'608	0'615	0'007	0'011
Tierra	1'00	5/5	1'000	1'000	0'000	0'000
Marte	1'52	1 1/4	1'900	1'881	0'019	0'010
Júpiter	5'20	2 1/4	11'700	11'862	0'162	0'014
Saturno	9'50	3 1/4	30'875	29'458	1'417	0'047
Urano	19'00	4 1/4	80'750	84'015	3'265	0'039
Neptuno	30'40	5 1/4	159'600	164'788	5'188	0'031

BRAC, 27 (1930) 153-157

Como vemos, no hay ningún error relativo que llegue al cinco y medio por ciento.

Los coeficientes anteriores los hemos deducido de la proporción fundamental que liga las distancias y los tiempos de la revolución de los planetas.

Dicha proporción, que es $\frac{t^2}{T^2}=\frac{d^3}{D^3}$ siendo $t=1$ y $d=1$ para la Tierra, nos da $T=D\sqrt{D}$.

De todo lo expuesto se deduce que de una manera rápida y sencillísima puede determinarse la distancia y el tiempo aproximado de la revolución de los planetas alrededor del Sol.

Por último, hé aquí una serie de relaciones curiosas que ligan a las distancias de los planetas siempre consideradas aproximadamente.

$$Me + V = 1'01 \times (T^0 + T^{-1} + T^{-2})$$

; T = distancia de la Tierra al Sol = 1.

$$V + Ma = 2'02 \times (T^0 + T^{-1} + T^{-2})$$

$$Ma + J = 6'06 \times (T^0 + T^{-1} + T^{-2}).$$

$$J + S = 1'13 \times (T^0 + T^{-1} + T^{-2}) + (T^0 + T^{-1} + T^{-2})$$
$$S + U = 2'13 \times (T^0 + T^{-1} + T^{-2})(T^0 + T^{-1} + T^{-2})$$
$$U + N = 3'13 \times (T^0 + T^{-1} + T^{-2}) + (T^0 + T^{-1} + T\text{-}2)$$

$$V = 0'1 \times (S + U + N)/$$
$$N = Me \times V + S + U/.$$

$$Me + V = 1 \times (Me + V)$$
$$V + Ma = 2 \times (Me + V)$$
$$Ma + J + 6 \times (Me + V)$$

Expresadas las distancias en función de potencias de 10 y 5, y considerando sólo los cuatro primeros planetas, tendremos:

$$Me = 10^{-2}.\,5^2\,T + 10^{-3}.\,5^3\,T.$$
$$V = 10^{-1}.\,5^1\,T + 10^{-2}.\,5^2\,T.$$
$$T = 10^{-1}.\,5^1\,T + 10^{-1}.\,5^1\,T.$$
$$Ma = 10^{-2}.\,5^3\,T + 10^{-2}.\,5^2\,T.$$

Si formamos la matriz de los coeficientes y obtenemos su valor, tendremos:

BRAC, 27 (1930) 153-157

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & -3 & 3 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} = O$$

según el teorema de Vandermonde.

Para terminar, vamos a dar a conocer una de las infinitas expresiones que pueden determinarse en función de una variable, que nos de los valores de las distancias de los planetas al Sol, con toda la exactitud deseada.

$d = 1 - 0'945233\ \varkappa + 0'401313\ \varkappa^2 + 1'575632\ \varkappa^3 - 0'375027\ \varkappa^4 - 0'220666\ \varkappa^5 + 0'0967136\ \varkappa^6 - 0'0097327\ \varkappa^7$.

Esta expresión da las distancias de todos los planetas, para valores enteros de $\varkappa$, desde -2 hasta $+5$.

Córdoba, 21 de Marzo de 1931.

DIONISIO ORTIZ.

BRAC, 27 (1930) 153-157