INFINITO

Discurso de recepción leído por el Académico D. Dionisio Ortiz Rivas, el 18 de Enero de 1958.

SEÑORES ACADÉMICOS:

Una vez más, las puertas de la Real Academia se abren para recibir a uno de sus miembros, y si bien en los demás casos ha sido este acto plenamente justificado por los méritos que han adornado a los recipiendarios, en el caso presente no hay más justificativo que la benevolencia de la Docta Corporación, para dar entrada solemne al que tiene el alto honor de dirigiros la palabra, y que a cambio de tan grande como inmerecido favor, se pone incondicionalmente a la disposición de la Real Academia, a la vez que le dá las más rendidas gracias.

Hace algunos años que pasó a mejor vida D. Federico Chaves y Pérez del Pulgar, Conde de Casa Chaves, hombre modesto, sencillo y de una bondad que, unida a otras excelentes cualidades, le hacían ser querido de cuantos tuvimos la satisfacción de cultivar su amistad. Era amante de la investigación y del estudio de las Ciencias Químicas, con predilección a otras ramas de las Ciencias Aplicadas. Colaboró con químicos eminentes del vecino pais lusitano, y fué el fundador de un excelente Museo de Mineralogía, que durante algún tiempo estuvo expuesto en uno de los salones de la Excelentísima Diputación de nuestra provincia.

Pues bien: el sillón que dejó vacante en esta Real Corporación, por haber pasado a mejor vida, es el que ha sido destinado al que tiene el honor de dirigiros la palabra.

Una vez cumplido este deber protocolario, pasamos al desarrollo de nuestro tema, que hemos denominado: «Algunas consideraciones matemáticas sobre el Infinito y el Cero».

Mucho se ha escrito sobre el «Infinito», bajo conceptos muy múltiples y variados, pero nosotros solo lo vamos a considerar en el sentido puramente matemático, y aún así, sin tener la pretensión de recorrer todo el inmenso campo que abarca el «Infinito Matemático».

Al ocuparnos de su estudio, parece lo más natural empezar definiendo lo que es el Infinito, para después entrar en el mismo, pero tropezamos al tratar de definirlo, con el mismo obstáculo que sucede cuando se trata del Espacio, de la Materia y del Tiempo, que recordamos haber leído en un tratado de Física, que estas palabras son indefinibles, ¿pero quiere esto decir que no sean definidas en nuestros Diccionarios?

De ninguna manera, pues basta tomar cualquiera de ellos y encontraremos definidas dichas palabras, llamando al Espacio «continente de los objetos sensibles», a la Materia «substancia extensa e impenetrable» y al Tiempo «duración de los seres sujetos a mutación».

Si nos fijamos en dichas definiciones, no cumplen con todas las condiciones que requiere una definición completa, siendo una de ellas impuesta por la Lógica, que lo que se define, sea un concepto de menor extensión que aquel o aquellos que encierra la definición, y por eso al definir el paralelógramo, decimos que es un cuadrilátero, y al definir el cuadrilátero, lo definimos como un polígono de cuatro lados, y así vamos subiendo la escala a figuras de mayor categoría. Análogamente al describir al León, decimos que pertenece a las fieras del orden de los felinos y vamos ascendiendo a los mamíferos, vertebrados, etc., hasta llegar a los seres vivos.

Una cosa análoga, sucede con el «Infinito», cuya denominación es: «Que no tiene fin», y a la vez «Fin» se define, como término, remate, conclusión, consumación.

Como se vé, no se dice lo que es, porque no puede decirse, sino que simplemente se da una ligera idea de lo que puede ser.

Esto no quita para que sobre el «Infinito» no se hayan escrito innumerables trabajos. El que nosotros hemos escogido es el «Infinito Matemático».

Cuando oímos nombrar la palabra «Infinito», se nos viene inmediatamente al pensamiento y a la imaginación la idea de la grandeza y de la majestad, y nuestro primer acto es levantar la cabeza y dirigir una mirada hacia el firmamento, hasta tropezar con la bóveda celeste, quedando de este modo cumplida la misión de nuestros ojos. Pero el hombre no se da por satisfecho con encontrar este límite, tan relativamente pequeño y entonces pone al servicio de aquellos los más potentes anteojos y telescopios, permitiéndole de esta manera penetrar de un modo asombroso en las remotísimas profundidades del espacio, pero llegando también a un límite del cual no puede pasar tampoco y no conformándose con este segundo límite acude a otros ojos mucho más potentes que los anteriores y que podemos denominar *los ojos de la imaginación*, los cuales no necesitan auxiliares de ningún género, para profundizar más y más, contemplando infinidad de constelaciones y nuevos fenómenos nunca vistos ni previstos, sin detenerse jamás, pero llega un momento en que también tiene el hombre que darse por vencido, y entonces termina por donde debía haber empezado, y es en hacer uso de los ojos del alma, los que sin duda ni tropiezo de ninguna clase dirigen sus miradas de una manera certera, hacia el Infinito, que todos debemos de buscar, por constituir nuestra felicidad, y que no puede ser otro que el que debemos de llamar.

«Verdadero Infinito», que es Dios Nuestro Señor, pero tema tan incomprensible y tan profundo, no es a nosotros a quien corresponde ocuparse de su estudio, sino únicamente a la «Ciencia más elevada que hay, que es la Sagrada Teología».

Una vez hechas las consideraciones anteriores entramos de lleno en nuestro tema, que es el del «Infinito Matemático».

De dos maneras fundamentales se nos presenta el mismo: una de ellas es el denominado *Infinito Potencial*, cuyo estudio puede decirse que es puramente aritmético, y la otra el llamado *Infinito Actual*, de carácter analítico.

En el primer caso, los elementos constitutivos del conjunto, que no tiene jamás fin, se nos presentan unos a continuación de otros y siguiendo una ley determinada, que permite conocer el elemento siguiente conocido el anterior, o un número determinado de elementos anteriores.

Innumerables son los conjuntos que pudieran citarse, aunque sean exclusivamente constituidos por números enteros, siendo la serie natural el más elemental y el que sirve para ir enumerando los elementos constitutivos de los demás conjuntos.

Si a un estudiante de Aritmética elemental, se le pregunta, cual es el último término de la Serie natural, nos contestará que no lo hay, por que no se acaba nunca, porque al último que se conozca, nos dirá que bastará sumarle la unidad, para obtener el siguiente, y que esto se podrá repetir todas las veces que se quiera.

Esta manera de razonar, solo se debe a la *intuición*, más bien que a otra cualidad de nuestro espíritu.

Sin apartarnos de los números enteros, podemos formar infinidad de sucesiones, como son las de sus cuadrados, cubos y en general enésimas potencias, pudiendo tomar n, cuantos valores querramos darle, sin limitación de ningún género.

Tambien podemos formar la de los múltiplos de 2, 3, y en general n, así como la de los números terminados en una cifra determinada, o números en que la suma de sus cifras sea constante, y no terminaríamos jamás, ya que el número de propiedades que se pueden escoger no tiene límite.

Todas las sucesiones de números enteros que hemos citado e innumerables más por tratarse de un tema inagotable, dan origen a las sucesiones inversas de las mismas, y a las que se pueden obtener combinando los elementos de cualquiera de ellas, con los homólogos de las demás, y no terminaríamos nunca de indicar características distintas para seguir formando sucesiones que no figurasen en las ya formadas.

Como se ve no hemos salido del campo sin limites de los números enteros ni saldríamos jamás. Sin embargo, no hemos indicado una sucesión, que por su importancia excepcional y por su naturaleza completamente distinta a la que tienen las demás, ha de ir tambien completamente separada. Esta sucesión es la denominada de *Números primos*.

No es nuestro fin, ocuparnos del estudio de sus propiedades fundamentales y su importancia, en las diversas ramas de la Matemática, pues esto corresponde principalmente a la Aritmética-Decimal, por ser la que en la realidad se suele utilizar, y a la Aritmética Universal, que por no tener base numérica determinada, es la madre de todas las Aritméticas, siendo la *Decimal*, una de sus infinitas hijas, que tiene por hermana quizás la más predilecta, la *Duodecimal*, que en algunos casos especiales suele tambien utilizarse.

Todas las sucesiones que hemos enunciado e infinidad más, que pudieran indicarse, tienen su ley de formación, más o menos sencilla o compleja pero fija, teniendo por ello propiedad característica, que puede determinarse el término del lugar que se quiera, sea cualquiera el número de orden que ocupe en la sucesión, por muy elevado que sea su lugar.

En los números primos no sucede lo mismo, pues limitándonos al Sistema decimal, no se conoce ninguna fórmula que dé números primos, y lo único que ha podido conseguirse, es obtener algunas fórmulas en forma de polinomios enteros en una letra, que dan lugar a números primos, según el valor de la variable, pero este, siempre limitado, o mejor dicho muy limitado, pues no tienen dichos límites, nada más que dos cifras, según nuestras investigaciones.

Tambien se ha demostrado que en forma polinómica entera en una letra, no puede haber una determinada fórmula, ya que daría números primos, pero tambien los daría compuestos.

Hasta el presente, podemos asegurar, que no hay descubierta ninguna fórmula que produzca única y exclusivamente números primos, pues de haberse descubierto, se hubiera dado a conocer inmediatamente, suceso tan importantísimo en las ramas de las más elevadas del saber humano.

Esto no quita que puedan conocerse la naturaleza de números enteros hasta los diez millones, y quizás más en el momento actual, pues el sabio matemático don Luis Octavio de Toledo, del que tuvimos la suerte inmensa de ser uno de sus discípulos en la Universidad Central, cita en su tratado de Aritmética Universal de 1903, a Rosember, que continuó las tablas de números primos ya conocídas, desde el millón sexto último conocido, hasta el millón décimo.

¿Quiere esto decir que pasando del indicado millón, no pueda conocerse si un número superior al mismo y terminado en 1, 3, 7 o 9, es o no primo? De ninguna manera, puesto que basta comprobar, si no es divisible por la serie de números primos inferiores a su raiz cuadrada por defecto.

Teóricamente no hay límite en la magnitud del número a comprobar, pero realmente es imposible aunque se empleen métodos especiales entre ellos el que pudiéramos llamar desconocido, de la *División Invertida*, que aún no hemos dado a conocer (y que es fruto de nuestras investigaciones) y que abrevia extraordinariamente los cálculos. Dejando el tema de los números primos, del que pudieran decirse más propiedades importantes, vamos a pasar a la segunda característica del Infinito, que es la denominada *Infinito Actual*.

El Infinito Actual, es asunto propio de la Filosofía y no de la Matemática, pero no significa esto que sea *coto cerrado*, para que no podamos penetrar en él, y así debe de ser, pues la Matemática pura es una consecuencia del Raciocinio, que a la vez forma parte de la Lógica y esta es una rama de la Filosofía.

Así como el *Infinito Potencial* se nos presenta en sucesión, o sea en fila, pues dado un término cualquiera y la ley de formación de la sucesión a estudiar y el número de orden, podemos conocer el término que ha de ocupar dicho lugar, en el *Infinito Actual* no es así, pues dado el valor de un término, no hay regla para conocer el siguiente, por la sencilla razón de que no hay *término* siguiente a otro dado.

Esta manera de presentarse el *Infinito,* no es en fila, más o menos fácil de estudiar, sino que se presenta de una sola vez, o sea de frente, y por tanto no solo es difícil de conocer, sino tampoco de comprender.

Este segundo Infinito tiene cualidades completamente distintas del Potencial, puesto que éste, siempre es posible determinar un elemento de una sucesión, bien el siguiente al último conocido, como el que ha de ocupar un lugar cualquiera posterior al último determinado.

No sucede lo mismo con el Actual, por no existir término siguiente a otro, como tampoco lo hay anterior al mismo, sea cualquiera el término que se quiera escoger.

Desde luego, no queremos salir de los números reales, bien positivos o negativos, enteros o fraccionarios, conmesurables o inconmensurables, sin hacer combinaciones de ningún género con los mismos, puesto que entonces este estudio lo haríamos completamente interminable.

Supongamos para mayor claridad, que tomamos un número entero y positivo, como por ejemplo el 19.

Considerando el conjunto de números reales que existen desde el cero hasta el 19, solo conocemos el número de números enteros que hay comprendidos entre el cero y el 19, o sea la sucesión creciente y limitada desde el número 2 al 18. Este conocimiento es tan elemental, que lo tienen los niños de primera enseñanza, pero prescindiendo de este caso, nos encontramos en la misma situación que ellos, puesto que el niño ignora por completo cual es el número real que sigue al cero, pero es que también el matemático más sabio que se pueda suponer, se encuentra en el mismo caso que el niño, puesto que por muy pequeño que se conciba un número que se acerque al cero todo cuanto desee, siempre podemos intercalar alguno que esté comprendido entre el cero y el número designado. Lo mismo sucedería entre el intercalado y el cero y siguiendo el mismo proceso de interpolación no se terminaría jamás, aunque se emplearan millones y billones y trillones de siglos, y estos se repitieran y se volvieran a repetir también por millones y billones y trillones de veces, es decir, nunca jamás.

Dicho esto de otra manera, quiere decir que nos encontraríamos en el cero sin poder jamás dar un paso, y lo que se dice del cero se puede decir de cualquier número real perfectamente conocido, puesto que si tomamos una raiz cualquiera, no exacta, empezamos por ignorar el punto de partida.

Hemos tomado una raiz inexacta por ser un número compuesto de infinitas cifras decimales que no forman nunca fracción periódica aunque contenga algunas de sus partes aparentemente periódicas, siendo esto un punto a estudiar que nos desviaría de nuestro camino.

En cuanto a las *fracciones periódicas*, si bien contienen infinitas cifras decimales, nos encontramos en el caso del *Infinito Potencial*, pues siempre es posible determinar el lugar que ha de ocupar cualquiera de sus cifras o mejor dicho los infinitos lugares que han de ocupar cualquiera de las cifras del periodo.

Como nota simplemente, hemos de decir, que el estudio de las fracciones periódicas, dá origen a algunas cuestiones sumamente curiosas.

Pasando de nuevo al *Infinito* actual, vemos que tomando cualquier número real, quedamos siempre detenidos por ser imposible pasar adelante, y por tanto cualquiera de ellos es siempre un *punto de partida* y nunca jamás un *punto de llegada*, y más bien pudiera decirse del primero, que es un *punto de estabilidad permanente*, ya que es completamente imposible pasar al siguiente por ser absolutamente deconocido.

Considerando al *Infinito* bajo la *forma operativa*, tiene cuatro características fundamentales, prescindiendo de alguna forma intermediaria.

Estas cuatro formas características se denominan: *Factorial*, *Exponencial*, *Potencial* y *Logarítmica*.

Puede llamar la atención que entre las denominaciones antedichas figure la de Potencial ya indicada anteriormente, pero es lo mismo que sucede con otras palabras que tienen más de un significado y que nos parece innecesario indicar ninguna de ellas.

Estan colocados por orden de categoría, según puede comprobarse, por medio de la importantísima Regla del Marqués Guillermo Francisco de L'Hospital ya que es muy usada en multitud de cuestiones del Cálculo Matemático.

El Primero de los Infinitos enumerados, que es el Factorial, está representado por $m!$ siendo m, un número entero y positivo, que indica el producto de los términos de la serie natural, desde la unidad hasta el número entero que se desee. Dicha factorial presenta multitud de propiedades que no indicamos, por no ser este el fin que nos proponemos. Esta factorial m!, la más sencilla de todas, es la denominada *factorial de Kramp,* y desde luego no tiene límite, puesto que el valor de m tiende al Infinito, y por lo tanto el límite de su valor es tambien el Infinito.

Considerada bajo otro aspecto, se vé que es el producto de los términos de una progresión aritmética creciente en que el primer término es la unidad y la razón tambien la unidad.

Hemos dicho que esta factorial, es la más sencilla de todas, puesto que podemos tomar una progresión aritmética en que la razón sea distinta de la unidad, y el primer término, sea un número natural, distinto de la unidad.

Si la razón es positiva, el factorial puede llegar hasta el Infinito, mientras que si es negativa, puede en algunos casos, tomar el valor cero.

Los factoriales de más categoría que el de Kramp, son denominados factoriales de *Arbogast*, contándose entre ellos, uno importantísimo, que es el número combinatorio $A_m^n = (m-1)(m-2 \ldots (m-n+1)$.

No nos detenemos más en este punto importantísimo por no desviarnos del fin que nos hemos propuesto

Limitándonos al factorial más sencillo, o sea el de Kramp, se deduce una pregunta de mucha importancia, y es la siguiente: ¿como se calcula el valor de un factorial?

La contestación es algo compleja, puesto que depende de la categoría del mismo, ya que si es pequeño basta efectuar el producto de los números de la serie natural, desde la unidad hasta el orden del factorial, o sea un problema puramente aritmético, pero si el número de orden es algo elevado y queremos conocer su valor, en la totalidad de sus cifras, podemos decir que no hay otro camino que el de la multiplicación ordinaria, aunque se descomponga en partes la operación para mayor facilidad. Unicamente puede servir de auxiliar la *«Práctica Calculatoria»*, que no existe escrita en ningún libro y que únicamente el mucho tiempo y el mucho manejo de los números es el que llega a enseñar dicha práctica.

Sin embargo cuando el orden es elevado, el mejor camino que hay es el de emplear las *Tablas logaritmicas decimales*, pero aquellos que conozcan la naturaleza de los logaritmos, podrán decir con *razón aparente*, por no poderse denominar de otra manera, que esto no puede conseguirse.

Verdaderamente los logaritmos no permiten calcular los números con más cifras exactas que las que tienen sus mantisas, tratándose del caso más favorable y, por tanto, si las mantisas tienen seis o siete cifras, que son las que tienen las tablas corrientes o las grandes tablas, quedarán por determinar muchas cifras del resultado, para que sea exacto, pero esto, para aquellos que *aparentemente* han razonado tan a la ligera, hay que decirles que desconocen la *Teoria de los números Aproximados* y que en estos, lo que interesa de los números es por donde empiezan y no por donde terminan, pues fuera de casos especiales, como sucede en la Contabilidad, lo que más interesa de los números, es no su *error adsoluto*, que pnede ser muy grande y no tener importancia, sino el *error relativo*, que es el que interesa más en los cálculos numéricos y que por no saberse determinar, da origen a multitud de errores verdaderos, que tanto mal pueden acarrear al cálculo numérico y por tanto no cabe más, sino aconsejar, que los que no manejen bien la *Teoría de Errores*, mejor es que no la utilicen, puesto que de buena fe, pueden cometer un error bastante mayor que el que tratan de evitar.

Tanto sobre este tema, como ya hemos dicho en otros anteriores, pudiera hablarse con mucha extensión.

Hay tablas logarítmicas, que contienen los logaritmos de un conjunto de factoriales bastante elevado, con el fin de evitar el buscar los logaritmos de los componentes del factorial, que resultaría muy enojoso.

De lo que hemos dicho ahora se deduce otra pregunta inmediata, ¿como se calcula el factorial muy elevado, que evite la casi imposibilidad, o mejor dicho, la imposibilidad práctica del método anterior? El célebre matemático Jacobs Stirling, del siglo dieciocho, resolvió el problema de un modo aproximado, como ya es de suponer y que es el siguiente, siendo m, el orden del factorial: $m!\ m^m . e^{-m} \sqrt{2 \pi m}$ en que la letra e, representa la base de los logaritmos neperianos, llamados tambien hiperbólicos y cuyo cálculo se hace bastante pesado si no se emplea una propiedad característica de los inversos de los factoriales de Kramp. que no hemos encontrado en los textos matemáticos que se ocupan del cálculo del número e, el que según opinión de algunos matemáticos, es de más categoría que el célebre número π, del que se pueden decir tantas cosas y que por no repetir tanto nuestra frase, no decimos ninguna.

En cuanto a factoriales que no sean de Kramp, ni de Arbogast, podemos formarlos por millones y millones de millones, es decir sin límite.

Después de tratar del Infinito de más categoría, pasemos ahora a ocuparnos, mas a la ligera, de los otros que se suceden, siguiendo en orden descendente: el *Infinito Exponencial.*— Este infinito, presenta la forma m^x, siendo m, constante y x variable.

En esta expresión fácil de calcular exacta o aproximadamente, puede emplearse el cálculo logarítmico, puesto que $\log m^x = x \log m$, es una expresión fácil de calcular con más o menos aproximación a no ser que se empleen logaritmos, hasta de veinte decimales, que suelen traer las tablas logarítmicas, si bien hay otras muy poco conocidas y menos usadas en España que son las denominadas de Callet, de finales del siglo dieciocho y de cuya personalidad, hizo grandes elogios en su Historia de la Astronomía, el sabio astrónomo francés Lalande.

Dichas tablas a siete decimales, y que no vamos a describir, contiene además los logaritmos a veinte decimales, tanto los vulgares o decimales, como los hiperbólicos, desde la unidad hasta el número 1.140; hiperbólicos hasta 48 decimales y de Briggs hasta los sesenta y un decimales, así como de otra multitud de números.

El tercer infinito que es el *potencial*, es de la forma x^a siendo x la variable y a una constante cualquiera. Para su cálculo decimos lo mismo que para el exponencial, sobre la utilidad de los logaritmos, puesto que se tiene: $\log x^a = a \log x$, es decir que se reduce la operación a multiplicar un logaritmo, por un número, y a buscar el antilogaritmo correspondiente.

El *cuarto* infinito que es el *logarítmico*, tiene por expresión L x en forma neperiana o log x en la decimal, ya que el paso de una clase de logaritmos a otra, es sumamente sencillo, aunque no es esta la ocasión de explicarlo.

Tanto en el cálculo de este infinito, como en los anteriores, es muy conveniente, en muchos casos, el empleo de los logaritmos.

Para terminar con los cuatro Infinitos fundamentales, que hemos llamado de *forma operativa* diremos que puede considerarse uno intermedio denominado *Potencial-Exponencial* por participar de ambos infinitos.

Cuanto hemos dicho sobre estos, puede aplicarse a este quinto infinito, con respecto al empleo de logaritmos.

Entramos ahora en otra clase de Infinito, más imcomprensible que todos los anteriormente indicados.

Para ello volvamos de nuevo a la consideración del Universo por tratarse de un tema verdaderamente inagotable y además de verdadero atractivo, cosa que no reunen otros *Infinitos puramente teóricos.*

Consideremos un punto cualquiera del Universo, que ya hemos dicho es indefinido en cualquier dirección que tomemos, salvo prueba en contrario que jamás llegará, pues todo se limita a hipótesis más o menos curiosas pero nunca convincentes.

Este punto que puede ser cualquiera del Espacio, no puede tomarse en ningún cuerpo celeste o en cualquier cuerpo que esté en movimiento y ha de tener la característica de ser un punto fijo, lo que no quita, que en el vacío que han dejado los cuerpos en movimiento consideremos uno cualquiera de los mismos.

Por el punto ya escogido pasan infinitas rectas, en infinitas direcciones, así como infinitos planos en infinitas direcciones, es decir que no ha de quedar ningún punto del Universo, que no esté colocado en alguna recta o en algún plano.

Tomando una de esas infinitas rectas, el conjunto de todos sus puntos, representarán a la vez, el conjunto de todos los números reales, y como lo que se dice de una recta puede aplicarse a las infitas que pasan por el punto indicado que representa al cero, resultará que cualquier punto del Universo puede representar, el conjunto infinito de todos los números reales, bien sean enteros, racionales o irracionales, y no tocamos el conjunto de los números complejos (analíticamente considerados), porque resultaría un tema que no terminaría jamás.

Prescindimos de tocar otras ramas de la matemática, como son la Trigonometría, en sus diversos aspectos, la Geometría Estereomética y Analítica, el Cálculo Infinitesimal, porque cualquiera de ellos darían lugar a temas de una extensión inmensa.

Tampoco decimos nada de la *Hipergeometría*, donde tanta aplicación tiene la *Teoría de Determinantes,* desde luego teóricamente más que prácticamente.

Otro punto que tampoco tocamos, es el de los infinitos sistemas de numeración, como el de los Infinitos sistemas de logaritmos, ni tampoco el de las familias de curvas y multitud de cuestiones más.

Para terminar, vamos a decir algunas propiedades del *Cero* muy distintas a las del *Infinito.*

El cero es la anulación de todo valor, y a la vez la suma de Infinitos conjuntos de infinitos elementos cada uno, puesto que considerando sucesiones indefinidas de elementos numéricos o analíticos bastará considerar la opuesta sucesión, o sea aquella que contenga los mismos elementos, pero con signo contrario, y sumando ambas sucesiones, la suma será nula, es decir igual a cero, y si tomamos otra sucesión y su opuesta, la suma será también nula y análogamente sucederá con cuantas consideremos, sin limitación de ningún género.

Como caso especial independientemente de lo anterior, es que el cero es la suma total de todos los números, tanto enteros como racionales e irracionales e imaginarios, es decir que sin valor de ningún género es la suma de todos los números representados por todos los puntos del Universo fuera del que él ocupa y entre otras propiedades podemos citar la de anular un producto de factores por muchos y grandes que sean, siempre que tome parte en dicho producto, y de hacer que una fracción tome valor cero cuando solamente se anula su numerador, o de hacerse infinitamente grande la fracción cuando solamente se anule su denominador.

Por no ser interminables, prescindimos de más operaciones en que interviene el *Cero* y otro tanto decimos del *Infinito*.

De todo cuanto hemos expuesto en nuestro tema y de innumerables cuestiones más, de las que abarcan las Ciencias de todo género, desde el primer descubrimiento de los pasados siglos, así como del presente y de cuantos queden de la vida de la Humanidad, si agrupamos esta multitud innumerable e inconcebible del saber humano, todo ello podemos decir que se reduce a simple átomo de la ciencia cuando se compara con la Infinita Sabiduría Divina.

Con estas palabras damos por terminado cuanto nos habíamos propuesto exponer.