

Förderung sozial benachteiligter Kinder durch Förderung mathematischer Vorläuferkompetenzen – Evaluation des Programms „Kuno bleibt am Ball“ (KUBA)

Zusammenfassung

Das vorgestellte Programm KUBA (Kuno bleibt am Ball) fokussiert insbesondere die Förderung sozial benachteiligter Kinder im Altersbereich zwischen vier bis acht Jahren und wurde konzipiert, um mathematische Kompetenzen von Kindern aus bildungsfernen Familien aufzubauen, deren Eintritt in die Schule häufig bereits hohen Risiken unterliegt. Die häufig multifaktoriellen Problemlagen der sozial benachteiligten Kinder bleiben von standardisierter Förderung oft unerreicht. KUBA besteht aus vier Bausteinen, die sich eng am Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski, 2003, 2008) orientieren. An der Studie nahmen 198 Kinder (97 Mädchen und 101 Jungen) aus 20 Kindertagesstätten-Gruppen in Mecklenburg-Vorpommern teil. Die Ergebnisse belegen, dass Kinder, die mit dem Programm KUBA gefördert wurden, sowohl direkt nach dem Trainingsende als auch nach sechs Monaten von einem deutlichen Fördereffekt profitieren ($d = 0.95$). Effekte zeigen sich besonders deutlich bei Kindern mit gering ausgeprägten Vorläuferkompetenzen. Das Förderprogramm wurde im Rahmen der ESF-Förderung im Bundesland Mecklenburg-Vorpommern gefördert, die Pilotstudien fanden im Rahmen eines DAAD-unterstützten Projektes mit der Armenian State Pedagogical University (Armenien) statt.

Problemstellung

Ein inklusives Schulsystem stellt hohe Anforderungen an die Wirksamkeit von sonderpädagogischen Förderprogrammen und gezielten Trainings. Der überwiegende Teil aller Kinder und Jugendlichen mit schulischen Schwierigkeiten wächst in problematischen bzw. prekären Lebenssituationen auf. Sie stammen aus so genannten Risikofamilien. Die Anzahl der Risikofamilien nimmt zu (Hammer & Lutz, 2015). Zu den Risikofaktoren in diesen Familien zählen in erster Linie Armut, Migrations- bzw. Flüchtlingshintergrund, eine sozial randständige und problematische Wohngegend, eine hohe Kinderzahl und niedriger Bildungsstand der Eltern (Deutsches Kinderhilfswerk, 2016). Häufig liegt aber auch eine

Kumulation spezifischer Probleme vor, wie z. B. schwere und chronische Krankheit eines Mitglieds der Familie, Verlust eines Elternteils durch Tod oder Trennung, Arbeitslosigkeit, hohe finanzielle Schulden, sehr junge Elternschaft, Gewalt und Süchte in der Familie, psychische Erkrankung der Eltern (Ellinger, 2013a).

Das Aufwachsen in einer Risikofamilie hat für Kinder nicht zwangsläufig Entwicklungsstörungen zur Folge. Forschungsbefunde zeigen allerdings, dass Kinder aus solchen Familien ein hohes Risiko tragen, in der Schule Schwierigkeiten zu entwickeln und im Verlauf unter Lernbeeinträchtigungen zu leiden. Zu Beginn der Schulzeit sind häufig Hinweise erkennbar. Es handelt sich dabei z. B. um mangelnde Aufmerksamkeit, um auffallende Ruhelosigkeit, erlernte Hilflosigkeit mit Antriebslosigkeit, ausgeprägte Misserfolgsmotivation, Ängstlichkeit und mangelndes Selbstbewusstsein, eingeschränktes sprachliches Ausdrucksvermögen, schwach entwickelte mathematische Basiskompetenzen, Distanzlosigkeit oder auffallendes In-sich-gekehrt-sein (Ellinger, 2013b).

Risikokinder bedürfen in ihrer vorschulischen Förderung vorrangig pädagogischer Hilfen. Schule und Unterricht sind Beziehungsräume und nicht Lernfabriken – aus diesem Grund muss affektiv, sozial und kognitiv gelernt werden. Pädagogik als Wissenschaft und Erziehung als professionelle Praxis der Pädagogik muss sich der Aufgabe stellen, wesentliche Elemente menschlicher Wertschätzung, menschlichen Vertrauens, menschlicher Kommunikation und emotionaler Sicherheit in der Schule zu ermöglichen.

Die Notwendigkeit vermehrter frühzeitiger und effektiver Förderung von Kindern mit Entwicklungsrisiken geriet in Deutschland insbesondere im Zusammenhang mit dem schlechten Abschneiden deutscher Schülerinnen und Schüler innerhalb der PISA-Untersuchungen in den Blick. In der Folge entstanden zahlreiche Förderprogramme und -konzepte. Bezogen auf mathematische Fähigkeiten sind dies u. a. „Komm mit ins Zahlenland“ (Friedrich & de Galgóczy, 2004), „Förderprogramm zur Entwicklung des Zahlkonzepts“ (FEZ) (Peucker & Weißhaupt, 2005), „Mengen, zählen, Zahlen“ (MZZ) (Krajewski, Nieding & Schneider, 2007), „Kalkulie“ (Fritz, Ricken & Gerlach, 2007), „Mina und der

Maulwurf“ (Gerlach & Fritz, 2011), „Marko-T“ (Gerlach, Fritz & Leutner, 2013), die die frühe Förderung mathematischer Kompetenzen fokussieren. Doch der Schuleintritt kann nicht als „Stunde Null“ betrachtet werden.

„When children start school, they already have a ‘history’ of mathematical learning and are equipped with profound mathematical knowledge. In several longitudinal studies the scope and complexity of this knowledge has been shown to be key factors for the development of mathematical knowledge, and mathematical competences, at school age. Children with sound prior knowledge have a good chance of successfully using what is offered at school for their development“ (Fritz, Ehlert & Balzer, 2013, S. 39).

Zahlreiche Untersuchungen zeigen, dass sich schon bei Schulanfängerinnen und -anfängern bedeutende Unterschiede in ihren Eingangsfähigkeiten finden (Rinkens & Hönisch, 1997). Zudem belegen Studien, dass sich Kinder bereits im Vorschulalter bezüglich ihrer Mengen-Zahlen-Kompetenzen deutlich unterscheiden (Stern, 1997; Smith, Hover & Over, 2001; Krajewski, 2003; Aunola, Leskinen, Lerkkanen & Nurmi, 2004; Krajewski & Schneider, 2006; Weißhaupt, Peucker & Wirtz, 2006). Mathematische Basiskompetenzen sind daher nicht nur als wichtiges Kriterium für die Früherkennung entsprechender Fehlentwicklungen zu sehen, sondern sie müssen als besonders vielversprechender Ansatzpunkt für präventive Maßnahmen gelten. Vor diesem Hintergrund ist es von immenser Bedeutung, dass insbesondere Kinder aus Risikofamilien bereits im Vorschulalter durch die Förderung mathematischer Basiskompetenzen auf ihren Schuleintritt vorbereitet werden. Es zeigen sich bei frühzeitigem Training viel deutlicher Effekte auf schulische Leistungen, als bei einem Training, das erst nach Schuleintritt einsetzt (Einsiedler, Frank, Kirschhock, Martschinke & Treinies, 2000).

Trotz dieser Erkenntnisse wurden bisher nur wenige der für den deutschen Sprachraum konzipierten Förderkonzepte für mathematische Vorläuferkompetenzen einer angemessenen Evaluation unterzogen. Dies gilt sowohl für den vorschulischen als auch für den schulischen Bereich, so dass der

Grad an Evidenzbasierung insgesamt als ausbaufähig einzustufen ist (Hintz, 2014).

Zur Kategorisierung des Ausprägungsgrads der Evidenzbasierung von Interventionen werden sowohl im medizinischen als auch im pädagogischen Kontext ähnliche Abstufungen bzw. Evidenzklassen herangezogen. Das Deutsche Cochrane Zentrum (2014) formuliert folgende Stufen:

Evidenzstufe	Kriterien
Ia	wenigstens ein systematischer Review auf der Basis methodisch hochwertiger kontrollierter, randomisierter Studien (randomized controlled trials – RCTs)
Ib	wenigstens ein ausreichend großer, methodisch hochwertiger RCT
IIa	wenigstens eine hochwertige Studie ohne Randomisierung
IIb	wenigstens eine hochwertige Studie eines anderen Typs quasi-experimenteller Studien
III	mehr als eine methodisch hochwertige nichtexperimentelle Studie
IV	Meinungen und Überzeugungen von angesehenen Autoritäten (aus klinischer Erfahrung); Expertenkommissionen; beschreibende Studien

Tabelle 1: Evidenzstufen (vgl. Deutsches Cochrane Zentrum, 2014)

Auch die Evidenzklassen, die für den pädagogischen Bereich entwickelt worden sind, betonen die Bedeutung von (nach Möglichkeit randomisierten) Kontrollgruppendesigns (Council for Exceptional Children, 2014).

Modelle zur Zahlbegriffsentwicklung

Um Kinder in ihrer mathematischen Entwicklung zu unterstützen, bedarf es umfangreichen Wissens darüber, wie sich die Entwicklung mathematischer Kompetenzen vollzieht. Sowohl der Begriff mathematische (Basis-)Kompetenzen (inkl. ihrer internationalen Entsprechung „number sense“), als auch der Begriff mathematische Vorläuferkompetenzen sind in der Fachliteratur unscharf definiert. „Vorläuferkompetenzen“ in diesem Beitrag wird genutzt im Sinne von

mathematischen Vorläuferfertigkeiten, die nach Krajewski und Schneider (2006) jene Fertigkeiten umfassen, die als Voraussetzung für ein fundiertes Verständnis der Arithmetik angesehen und bereits im Vorschulalter erworben und gefördert werden können.

Für den vorschulischen Bereich bis zum Eintritt in die Schule ist insbesondere von Bedeutung, dass Kinder eine möglichst umfassenden Zahlbegriff erwerben, d. h. mehrere Aspekte von Zahlen verstehen und miteinander in Verbindung bringen. Gegenwärtig gibt es zwei empirisch abgesicherte theoretische Modelle zur Entwicklung des Zahlbegriffs:

Das Entwicklungsmodell früher numerischer Kompetenzen (auch Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung; Krajewski, 2003, 2008 auf der Basis von Resnick, 1983, 1989) beschreibt den schrittweisen Aufbau des Verständnisses für die Verknüpfung zwischen Zahlen und Größen bzw. Mengen auf drei Kompetenzebenen:

Auf der Ebene I der numerischen Basisfähigkeiten steht zunächst die Ausbildung des unpräzisen Mengenbegriffs im Vordergrund. Die Kinder erwerben die Fähigkeit, Mengen zu unterscheiden und erlangen ein großes Repertoire an nichtnumerischen Mengenbegriffen (groß, klein, viel, wenig etc.). Unter Nutzung von Begriffen wie „mehr“ und „weniger“ können sie auch Mengenvergleiche durchführen, sie sind aber noch nicht in der Lage, zwischen einzelnen Stückzahlen zu differenzieren (Sinner, 2011). Parallel dazu, aber unabhängig davon, entwickelt sich die Zahlwortreihe. Kinder erlernen die Zahlwortreihe, ohne dass die einzelnen Zahlwörter mit den korrespondierenden Mengen verbunden werden. Mengen und Zahlen stehen noch isoliert nebeneinander, der Zahlwortreihe kommt lediglich eine Ordnungsfunktion zu (ordinaler Zahlaspekt).

Auf der Ebene II verstehen die Kinder, dass jede Zahl mit einer bestimmten Menge verknüpft ist und folglich Mengen durch Zahlen bezeichnet werden können. Das Anzahlkonzept wird nach Krajewski und Schneider (2006) in zwei Phasen erworben: In der Phase IIa erwerben die Kinder zunächst ein unpräzises Anzahlkonzept. Die Mengen-Zahlen-Zuordnung funktioniert hier zunächst nach

groben Mengenkategorien (viel, wenig, sehr wenig etc.) unabhängig davon, ob sie bereits in der Lage sind, diese Mengen bzw. bis zu diesen Zahlen zu zählen. Die Zuordnung resultiert allein aus der Erfahrung, dass man bis zum Erreichen großer Zahlen viel länger zählen muss als bis zum Erreichen kleiner Zahlen. Die Dauer des Zählens korrespondiert also mit der Größe der Zahl. Die Kinder können zu diesem Zeitpunkt zwischen Anzahlen, die verschiedenen Mengenkategorien zugeordnet sind, unterscheiden (Sinner, 2011). Zu diesem Zeitpunkt sind Kinder noch nicht in der Lage, präzise Mengen, die zur gleichen Mengenkategorie gehören, zu unterscheiden. Dies gelingt erst mit dem präzisen Anzahlkonzept in Phase IIb. Nun wird die auf Ebene I gelernte exakte Zahlwortreihe an die Fähigkeit zur Seriation von Mengen gekoppelt. Die Kinder verstehen, dass die Zahlenfolge exakte, aufsteigende Quantitäten repräsentiert. Sie erkennen, dass beim Abzählen verschiedener Mengen die letzte Zählzahl die Mächtigkeit der Menge angibt. Sie erkennen auch, dass die Dauer des Zählens exakt mit der Mächtigkeit der zu zählenden Menge übereinstimmt. Erst jetzt sind sie in der Lage, Zahlen, die eng beieinander liegen oder zunächst in einer der groben Mengenkategorien zusammengefasst waren, der Größe nach zu ordnen und zu entscheiden, welche Zahl größer oder kleiner ist. Diese Erkenntnisse führen zu einem präzisen Anzahlkonzept bzw. dem Kardinalverständnis der Zahlen und befähigen zu Anzahlseriationen und -vergleichen. Unabhängig vom Anzahlkonzept entwickelt sich das Verständnis für unbestimmte Mengen (ohne Zahlbezug) im Alter von drei bis fünf Jahren. So begreifen die Kinder, dass sich Mengen verändern, wenn man etwas hinzufügt oder wegnimmt, nicht jedoch durch Manipulation der räumlichen Ausdehnung oder der Form (Mengeninvarianz). In dieser Phase festigt sich ein erstes grundlegendes Verständnis für die Addition und Subtraktion. Ebenso kommen die Kinder zu der Erkenntnis, dass sich Mengen in einzelne Teilmengen zerlegen lassen und dass man diese wieder zusammensetzen kann. Sie können nun also Vergleiche zwischen Mengen und Teilmengen anstellen.

Auf der Ebene III werden die auf Ebene II erworbenen Kompetenzen miteinander verknüpft (Koch, Schulz & Jungmann, 2015). Die Integration des präzisen Anzahlkonzepts über das Verständnis für unbestimmte Mengen führt dazu, dass zusammengesetzte und zerlegte Mengen auch mit Zahlen und somit durch eine

diskrete Anzahl darstellbar sind (Anzahlen zusammensetzen und zerlegen). Außerdem können die Kinder den Unterschied zweier Mengen, welcher wiederum durch eine dritte Menge dargestellt wird, mit einer genauen Zahl (Anzahldifferenzen) bestimmen. Während die Kompetenzen der ersten beiden Ebenen als mathematische Vorläuferkompetenzen anzusehen sind, spiegelt sich beim Übergang zur dritten Ebene bereits ein erstes arithmetisches Verständnis wider (Sinner, 2011).

Gerlach, Fritz und Leutner (2013) beschreiben (auf der Grundlage von Fritz & Ricken, 2009) ein *Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung* mit fünf verschiedenen Entwicklungsstufen: Auf Niveaustufe 1 („Zählzahl“) verfügen die Kinder über Zahlworte, die sie als Reihe aufsagen können. Zahlworte werden Objekten zugeordnet, jedoch ohne die Mächtigkeit einer Menge zu verstehen. Zwei Mengen können durch eine 1-zu-1-Zuordnung präzise verglichen werden. Auf Niveaustufe 2 („Ordinaler Zahlenstrahl“) wird die Zahlwortreihe mit dem Schema des Vergleichens und dem Schema des Vermehrens verknüpft. Kinder können nun Vorgänger und Nachfolger nennen. Da sie wissen, dass Zahlen in der Reihe(nfolge) allmählich größer werden, wissen sie auch, dass Vorgänger „kleiner“ und Nachfolger „größer“ sind. Vorwärts-Operationen (Vermehren) können sie zählend bewältigen (Gerlach, Fritz & Leutner, 2013). Die bisher nur ordinale Repräsentation der Zahlen wird auf Niveaustufe 3 („Kardinalität und Zerlegbarkeit“) weiterentwickelt, nun werden Zahlen mit der Mächtigkeit der entsprechenden Menge verbunden. Das letztgenannte Zahlwort steht jetzt nicht mehr nur für das letzte Element, sondern für alle Elemente der gezählten Menge. Mit der Entwicklung dieses kardinalen Zahlenverständnisses wird es den Kindern möglich, Beziehungen zwischen Teilmengen und Gesamtmenge zählend zu ermitteln. Auf Ebene 4 („Enthaltensein und Klasseninklusion“) wird verstanden, dass Mengen jeweils Teilmengen enthalten und damit zerlegbar und zusammensetzbar sind. Ebenso begreifen die Kinder die Beziehung zwischen Teilmenge(n) und Gesamtmenge, womit sie aus der Angabe zweier Mengen auf die dritte schließen, d. h. das Teil-Ganzes-Konzept flexibel anwenden können. Auf der Basis dieses Teil-Teil-Ganzes-Verständnisses entwickelt sich auf Niveaustufe 5 („Relationalität“) der relationale Zahlbegriff, d. h. das Verständnis für die Beziehungen (z. B. Abstände) zwischen den Größen.

Aufgrund der gemeinsamen Bezugspunkte in der kognitiven Psychologie im angloamerikanischen Sprachraum weisen diese Modelle viele Gemeinsamkeiten auf. Zentral für beide ist, dass es sich um je aufeinanderfolgende Kompetenzebenen handelt, bei denen die Beherrschung bestimmter Konzepte Voraussetzung für den Erwerb der darauffolgenden Konzepte ist. Als wichtigste „Entwicklungshürden“ auf dem Weg zum mathematischen Verständnis können das Anzahlverständnis und das Teile-Ganzes-Verständnis verstanden werden. Ein sicheres Anzahlverständnis beinhaltet, dass die Anzahl einer Menge exakt bestimmt werden kann. Es muss eine 1-zu-1-Zuordnung zwischen den Elementen der Menge und den Zahlwörtern vorgenommen werden. Dazu muss die Zahlwortreihe sicher beherrscht werden und erkannt worden sein, dass das zuletzt verwendete Zahlwort die Anzahl der Menge bezeichnet. Erst auf der Grundlage, dass Zahlen als Kardinalzahlen verwendet werden, kann sich das Teile-Ganzes-Konzept bilden: „Probably the major conceptual achievement of the early school years is the interpretation of numbers in terms of part and whole relationships“ (Resnick, 1989, S. 114). Anzumerken ist hierbei, dass die Übersetzung des Terminus part-whole relationship bzw. part-and-whole relationships in der nationalen Literatur zum einen Teil als Teil-Ganzes-Beziehung bzw. Teil-Ganzes-Konzept, Teile-Ganzes-Konzept oder Teil-Ganzes-Verständnis erfolgt. Unter „Teil“ wird so nicht nur ein, sondern werden alle Teile verstanden. Zum anderen Teil erfolgt mit einer Übersetzung als Teile-Ganzes-Beziehung bzw. Teile-Ganzes-Konzept, Teile-Ganzes-Verständnis, Teil-Teil-Ganzes-Beziehung oder Teil-Teil-Ganzes-Beziehung eine Betonung der Beziehung zwischen den verschiedenen Teilen und dem Ganzen.

Trainingsstudien/bisherige Förderprogramme

Im deutschsprachigen Bereich sind erst wenige evaluierte Förderprogramme für den vorschulischen Bereich verfügbar. Explizit mit dem Fokus auf die Zahlbegriffsentwicklung entwickelt, auf der Basis empirisch überprüfter theoretischer Modelle beruhend und in mehreren Studien evaluiert sind die Programme „Mengen, zählen, Zahlen“ (MZZ, Krajewski, Nieding & Schneider,

2007), „Mina und der Maulwurf“ (Gerlach & Fritz, 2011) und das Trainingsprogramm „MARKO-T“ (Gerlach, Fritz & Leutner, 2013). MZZ wird in Gruppen mit vier bis sechs Kindern in 24–30-minütigen Sitzungen über einen Zeitraum von acht Wochen durchgeführt. Die spielerischen Übungen orientieren sich streng am Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen von Krajewski (2008) und setzen es in ein Fördermodell um. Zunächst werden numerische Basisfertigkeiten vermittelt (Zählfertigkeiten und Ziffernkenntnis im Zahlenraum bis 10; Ebene 1). Den zweiten Förderschwerpunkt bildet das Verständnis der Zahlen als Folge aufsteigender Anzahlen (Ebene 2), bevor im letzten Förderschwerpunkt die Beziehungen zwischen den Zahlen im Fokus stehen (Ebene 3). Dies geschieht ausschließlich mit konkret-anschaulichen und bildlichen Materialien. Eine Reihe von Untersuchungen weist die Wirksamkeit des MZZ nach, wobei sich das ursprünglich für den Einsatz im Kindergarten konzipierte Förderprogramm vordringlich in schulischen Lernsettings empirisch bewährt hat (Ennemoser, 2010; Krajewski, Nieding & Schneider, 2007; Ennemoser & Krajewski, 2007; Hasselhorn & Linke-Hasselhorn, 2013; Ennemoser, Sinner & Krajewski, 2015). Mit dem MZZ liegt ein evaluiertes Programm vor, das an einem theoretisch hergeleiteten Entwicklungsmodell orientiert ist.

Bei „Mina und der Maulwurf“ (Gerlach & Fritz, 2011) handelt es sich um ein auf der Grundlage des Entwicklungsmodells von Fritz und Ricken (2009) konzipiertes entwicklungsorientiertes Förderprogramm für Kinder von vier bis acht Jahren. Die Vermittlung der grundlegenden arithmetischen Fähigkeiten erfolgt systematisch in sechs aufeinander aufbauenden „Bausteinen“. Baustein 0 behandelt elementare pränumerische Inhalte wie Merkmale erkennen, vergleichen, sortieren, Mengenvergleich und -schätzung und Reihenbildung. Baustein 1 fördert den Erwerb der zentralen Fertigkeit der korrekten 1-zu-1-Zuordnung zwischen Zahlwort und Zählobjekt sowie die Entwicklung eines ersten Anzahlbegriffs durch die Verbindung von Zahl und Menge. Baustein 2 fokussiert auf das Anzahlkonzept und vertieft die Verbindung von Zahlwortreihe und Menge. Baustein 3 erarbeitet das Konzept der Zerlegbarkeit. Baustein 4 erweitert das „Rechnen“ im Sinne von Teilmengenoperationen mit Inhalten zum Enthaltensein und zur Flexibilisierung des Teile-Ganzes-Verständnisses. Baustein 5 behandelt

bereits auf sehr elementare Weise durch entsprechende Kontextwahl und konkrete Handlungsmöglichkeiten den Mengenvergleich als Differenzbestimmung und relationale Zahlbezüge. Die Bausteine des Programms folgen den Niveaus des Entwicklungsmodells. Das Programm wurde in zwei Kontrollgruppenstudien positiv evaluiert (Langhorst, Hildenbrand, Ehlert, Ricken & Fritz-Stratmann, 2013).

Auch das Trainingsprogramm MARKO-T (Gerlach, Fritz & Leutner, 2013) baut auf dem Entwicklungsmodell von Fritz und Ricken (2009) auf. Die fünf Trainingsbausteine folgen den im Modell beschriebenen Entwicklungsniveaus: 1. Zählen, 2. Ordinaler Zahlenstrahl, 3. Kardinalität und Zerlegbarkeit, 4. Enthaltensein und Klasseninklusion, 5. Relationalität. Es handelt sich um ein aus 57 45-minütigen Einheiten bestehendes Einzeltraining für Kinder im Alter von fünf bis acht Jahren und wird zum gezielten Training rechenschwacher und entwicklungsverzögerter Kinder im Übergang vom Kindergarten in die Schule eingesetzt. Die Effektivität des MARKO-Trainings wurde in mehreren Kontrollgruppenstudien positiv belegt (Ehlert & Fritz, 2013; Gerlach, Fritz & Leutner, 2013).

Konzept des Förderprogramms „Kuno bleibt am Ball“ (KUBA)

Das Förderprogramm „Kuno bleibt am Ball“ basiert auf der Theorie zur mathematischen Kompetenzentwicklung nach Gerlach, Fritz und Leutner (2013), nach dem sich fünf systematisch aufbauende Kompetenzstufen definieren lassen, auf denen die Entwicklung der Kinder zu unterstützen ist. Eng assoziiert ist diese Theorie mit dem Modell von Krajewski (2003, 2008), welches ebenfalls die Zahlbegriffsentwicklung fokussiert und zu ähnlichen Kompetenzstufen gelangt (unter Berücksichtigung der Modellerweiterung durch Krajewski & Ennemoser, 2013).

Das Programm richtet sich an sozial benachteiligte Kinder im Alter zwischen vier und acht Jahren und wurde konzipiert, um gezielt Kompetenzen von Vorschülerinnen und -schülern aus Risikofamilien aufzubauen. Kinder mit Risiken in der Entwicklung mathematischer Vorläuferfähigkeiten sollen

systematisch bis zur vierten Stufe des oben beschriebenen Modells gefördert werden. Die Trainingsinhalte werden spielerisch und interaktiv mit der Handpuppe Kuno (das Krokodil) bearbeitet. Die Handpuppe fungiert als Lernpartner, der, ebenso lernend wie das Kind, im „gemeinsamen Lernprozess“ Modell für Lösungsmöglichkeiten bietet, aber auch Impulsgeber und Wettbewerbsgegner sein kann. Ein solcher Lernpartner hat sich bereits bei anderen Trainingsprogrammen als erfolgreiche Identifikationsfigur für Kinder erwiesen. So helfen der außerirdische Lubo (Hillenbrand, Hennemann & Hens, 2010), ein Mistkäfer namens Marko (Gerlach, Fritz & Leutner, 2013) und andere spielerische Lernbegleiter erfolgreich. Die Trainingsinhalte sind eingebettet in eine kindgerechte und motivierende Rahmenhandlung, in der Kuno vor mannigfaltigen Problemen steht, die es gemeinsam mit den Kindern zu bewältigen gilt. Kuno ist ein kleines Krokodil, das es in einen Zirkus verschlagen hat. Was aber soll ein Krokodil im Zirkus? Im Zirkus sollen Kunststücke vorgeführt werden, die ein Krokodil eigentlich gar nicht kann. Deshalb darf Kuno nur im Eingang des Zirkus stehen, um von den Kindern betrachtet zu werden. Weil das langweilig ist, hat er sich in den Kopf gesetzt, auch mit in die Manege zu kommen. Dazu jedoch muss er Kunststücke erlernen, z. B. Balancieren und Jonglieren. Das traut ihm niemand zu. Gemeinsam mit den Kindern bewältigt er alle Probleme, die ihm in die Quere kommen. Diese Rahmenhandlung macht Kuno nicht zuletzt auch zu einer Figur, mit der sich Kinder, denen das Lernen weniger leicht fällt als anderen, gut identifizieren können.

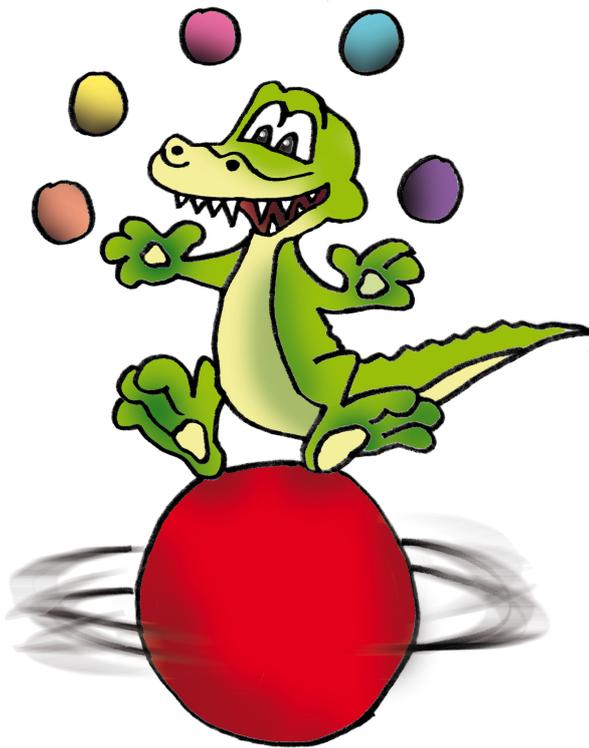


Abbildung 1: Krokodilfigur aus dem Förderprogramm „Kuno bleibt am Ball“ (KUBA)

KUBA besteht aus vier Bausteinen, die sich eng an den oben dargestellten Kompetenzstufen und den immanenten zentralen Fertigkeiten orientieren. Jeder Baustein besteht aus ca. 20 Aufgaben mit dem Charakter spielerischer Übungen, die in den Teilfertigkeiten entsprechende Aufgabentypen untergliedert sind und in ihrem Schwierigkeitsgrad steigen. Das Programm soll von den pädagogischen Fachkräften der Kindereinrichtungen zweimal wöchentlich über 45 Minuten in Kleingruppen von drei bis fünf Kindern durchgeführt werden. Ein strukturierter Zeit- und Inhaltsplan ist im Programm-Manual enthalten, gleichzeitig liegen detaillierte Anleitungen zu einer viertägigen Fortbildung für pädagogische Fachkräfte vor.

Entwicklungsstufe (Baustein)	Ziel	Typen von Aufgaben
1. Zählen	Hier geht es darum zu verstehen, dass sich mittels Zahlen	unspezifische Mengenvergleiche (viel-wenig), Vergleich durch

	Mengen präzise zählen lassen (Zählzahl-Konzept).	1-zu-1-Zuordnung, präzises Zählen mittels Zahlwortfolge bis 10.
2. Ordinalität	Hier geht es darum zu verstehen, dass Zahlen in der Zahlwortreihe größer werden.	Anzahlen in ihre Reihenfolge bringen, Vorgänger/Nachfolger bestimmen, Zahlen aufgrund dieser Ordnung miteinander vergleichen, Gleichmächtigkeit erzeugen (durch Reduktion oder Ergänzung).
3. Kardinalität	Ziel ist hier die Vermittlung des kardinalen Zahlbegriffs	Mengenseriation, Teile-Ganzes-Beziehung, Erweiterung des Zahlenraums bis 20
4. Enthaltensein	Im Vordergrund steht hier die Flexibilisierung und Interiorisierung des Teile-Ganzes-Konzepts	Zahlzerlegung, Klasseninklusion, Teile-Ganzes-Beziehung

Tabelle 2: Aufbau des Programms

Exemplarisch wird hier ein Beispiel aus Baustein 3 vorgestellt: Der kleine Kuno sieht, wie die geschickten Äffchen in der Manege jonglieren (Bildkarte 1 – Jonglierende Äffchen). Er staunt: So viele Bälle!? Kuno (pädagogische Fachkraft mit Handpuppe) zeigt den Kindern Bild 1. „Wie viele Bälle hat das Äffchen? Zählt genau!“ – „Richtig, 7 Bälle.“ – „Und wie viele Bälle hat dieses Äffchen?“ – „Ja, das sind 9 Bälle. Hat es mehr Bälle als das erste Äffchen?“ ... Kuno zeigt nun Bildkarte 2. Das Äffchen hat in jeder Hand einige Bälle. „Wie viele Bälle hat das Äffchen in der rechten Hand? Zählt genau!“ – „Richtig, 3 Bälle. Und wie viele Bälle hat das Äffchen in der linken Hand?“ – „Ja, das sind 4 Bälle.“ – „Wer weiß, wie viel(e) 3 und 4 zusammen sind?“ [Kinder sollen Vermutungen äußern und dann überprüfen] – „Richtig, auch 7.“

Ziele der Untersuchung

Ziel der vorliegenden Studie ist eine erste Evaluation des Programms „Kuno

bleibt am Ball“ (KUBA). Es geht dabei sowohl um die Überprüfung der kurz- als auch der mittelfristigen Effekte auf die frühen mathematischen Kompetenzen von Kindern. Hierzu sollte die Entwicklung der Kinder in einer Experimentalgruppe (EG), in der mindestens 20 Sitzungen des KUBA-Trainings durchgeführt wurden, mit einer unbehandelten Kontrollgruppe (KG) in einem Prätest-Posttest-Follow-up-Design, unter Berücksichtigung der Ausgangszustände beider Gruppen, verglichen werden. In einem zweiten Schritt sollte überprüft werden, welche Effekte das Training für Kinder mit Risiken in der mathematischen Entwicklung hat. Es wurde erwartet, dass das Training sowohl kurzfristige, d. h. unmittelbar nach Abschluss der Förderung messbare, als auch mittelfristige Effekte (6 Monate nach der Förderung) auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Kindern mit und ohne Risiken hat. Weiterhin wurde erwartet, dass die Förderung kompensatorisch wirkt, was sich in einer stärkeren Leistungszunahme leistungsschwacher Kinder zeigt.

Studie zur Überprüfung der Wirksamkeit des Förderprogramms „Kuno bleibt am Ball“ (KUBA)

Stichprobe und Untersuchungsdesign

An der Untersuchung nahmen 198 Kinder aus 20 Kindertagesstätten-Gruppen in Mecklenburg-Vorpommern (97 Mädchen, 101 Jungen), deren Eltern der Untersuchung zugestimmt hatten, an einem Test zur Erfassung mathematischer Kompetenzen (Marko-D; Ricken, Fritz & Balzer, 2013) teil (Prätest). Die Kinder befanden sich zu diesem Zeitpunkt im Altersbereich zwischen 4;1-5;6 Jahren (50–68 Monate). Diese Kinder wurden per Zufall auf zwei Versuchsbedingungen aufgeteilt (Experimental- und Kontrollgruppe, RCT).

	Exp.gruppe EG				Kontrollgruppe KG			
	N	m N (%)	w N (%)	Alter M (SD)	N	m N (%)	w N (%)	Alter M (SD)
Gesamt	99	50 (50.5)	49 (49.5)	61.16 (3.54)	99	51 (51.5)	48 (48.4)	61.17 (3.42)
PR < 15	15	7 (46.7)	8 (53.3)	61.28 (3.31)	18	9 (50)	9 (50)	60.68 (2.96)

PR 15-25	12	6 (50.0)	6 (50.0)	61.41 (3.87)	8	3 (37.5)	5 (62.5)	61.12 (3.83)
PR 26-50	25	12 (48.0)	13 (52.0)	61.25 (3.47)	25	14 (56.0)	11 (44.0)	61.38 (3.41)
PR > 50	47	23 (48.9)	24 (51.1)	60.70 (3.53)	48	25 (52.1)	23 (47.9)	61,48 (3.49)

Tabelle 3: Stichprobe

Die Fördergruppe (Experimentalgruppe) arbeitete anschließend über einen Zeitraum von 10–12 Wochen je zwei Einheiten wöchentlich mit ausgewählten Sitzungen des Programms „Kuno bleibt am Ball“.

Das Training wurde von Lehramts- und Masterstudierenden in Kleingruppen von ein bis vier Kindern durchgeführt, wobei sich die Gruppenanzahl und -größe jeweils aus der Anzahl von Kindern ergab, wie sie aus der Randomisierung resultierte. Im Verlauf der Fördersitzungen bearbeiteten die Kinder zunächst Einheiten zum Zählen und zum Ordinalzahlkonzept. Anschließend wurden Mengenseriation, Teile-Ganzes-Beziehungen und die Zusammensetzung und Zerlegung von Zahlen sowie mit Anzahldifferenzen thematisiert (Bausteine 1–3). Die Kontrollgruppe erhielt kein spezielles Training. Nach Abschluss des Trainings wurden im Januar erneut die mathematischen Kompetenzen der teilnehmenden Kinder erhoben (Posttest). Um die Stabilität der Effekte zu überprüfen, folgte 6 Monate später eine dritte Erhebung (Follow-up). Um die Effekte auf Kinder mit verschiedenen Kompetenzniveaus zu überprüfen, wurden sowohl EG als auch KG bei der Auswertung in unterschiedliche Niveaugruppen gegliedert. Durch Umzug oder Krankheit von teilnehmenden Kindern ergab sich für die Studie (Prätest-Follow-Up) eine Dropout-Rate von 3 % (N = 6), die als sehr gering eingestuft werden kann.

		Exp.gruppe EG	Kontrollgruppe KG
1. MZP (Prätest) September 2014		N=99	N=99
	PR < 15	15	18
	PR 15-25	12	8
	PR 26-50	25	25
	PR > 50	47	48
2. MZP		N=98	N=97

(Posttest) Januar 2015	PR < 15	15	18
	PR 15-25	12	8
	PR 26-50	24	23
	PR > 50	47	48
3. MZP (Follow-up) Juni 2015		N=97	N=95
	PR < 15	14	16
	PR 15-25	12	8
	PR 26-50	24	23
	PR > 50	47	48

Tabelle 4: Zeitplan der Durchführung und Untersuchungsgruppen

Untersuchungsverfahren

Die vorschulischen mathematischen Basiskompetenzen wurden zu allen drei Messzeitpunkten mit dem diagnostischen Testverfahren Marko-D (Ricken, Fritz & Balzer, 2013) erfasst. Der Test für den Altersbereich 4;0–6;0 Jahre basiert auf dem oben beschriebenen Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung (Fritz & Ricken, 2009; Gerlach, Fritz & Leutner, 2013). Der Test besteht aus 55 Items, mit denen fünf aufeinander aufbauende Niveaustufen erfasst werden können (Zählzahl, ordinaler Zahlenstrahl, Kardinalität und Zerlegbarkeit, Enthaltensein und Klasseninklusion sowie Relationalität). Der Test weist eine Reliabilität von $r = 0.91$ auf und für die quantitative Auswertung stehen Halbjahresnormen auf der Basis einer Gesamtstichprobe von $N = 1.095$ Kindern zur Verfügung.

Ergebnisse

Um die Ausgangsleistungen im Prätest zu analysieren, wurden für die mathematischen Leistungen (MARKO-D) die standardisierten Testwerte der T-Skala genutzt.

Der t-Test bestätigt, dass die Experimentalgruppe (EG) und die Kontrollgruppe (KG) mit vergleichbaren Leistungen in die Studie starteten, sie unterscheiden sich in ihren mathematischen Kompetenzen nicht signifikant: $t_{\text{Alter}(190)} = -.553$, $p = .903$ (MEG-Alter = 61.01, SD = 3.48; MAlter = 61.28, SD = 3.37); $t_{\text{T-MARKO-D}(190)} = -.152$, $p = .747$ (MEG-MARKO-D = 53.11, SD = 12.25; MKG-

MARKO-D = 53.37, SD = 12.21).

Auch die Untergruppen nach Prozenträngen unterscheiden sich nicht signifikant voneinander (s. Tabelle 5).

	Exp.gruppe EG			Kontrollgruppe KG		
	N	M Alter in Monaten (SD)	M T-Wert Marko-D (SD)	N	M Alter in Monaten (SD)	M T-Wert Marko-D (SD)
PR < 15	15	61.28 (3.31)	35.85 (5.05)	18	60.68 (2.96)	36.87 (4.25)
PR 15-25	12	61.41 (3.87)	42.41 (.51)	8	61.12 (3.83)	42.37 (.74)
PR 26-50	25	61.25 (3.47)	47.00 (1.56)	23	61.38 (3.41)	47.26 (1.86)
PR > 50	47	60.70 (3.53)	64.10 (6.42)	48	61,48 (3.49)	63.64 (6.50)
Gesamt	99	61.16 (3.54)	53.11 (12.25)	99	61.17 (3.42)	53.37 (12.02)

Tabelle 5: Ausgangsbedingungen in der Untersuchungsgruppe

- A – kurzfristige Effekte (t1–t2):* Die kurzfristigen Effekte werden mit einer univariaten ANOVA mit Messwiederholung geprüft (within-subjects-Factor: Messzeitpunkt; between-subjects-Factor: Gruppenzuordnung). Die Überprüfung ergab sowohl einen Haupteffekt für den „Messzeitpunkt“: $F(1, 107.433) = 817.363, p < .000$, als auch einen Haupteffekt für die Gruppenzuordnung: $F(1, 190) = 2.592, p < .05$. Dies bedeutet, dass sich die Werte in beiden Kindergruppen zwischen t1 (MEG = 53.11, SD = 12.25, MKG = 53,37, SD = 12.02) und t2 (MEG = 64.89, SD = 12.70, MKG = 59.32, SD = 14.34) erhöht haben, was belegt, dass die mathematische Kompetenz einen Leistungszuwachs erfahren hat ($d_{EG} = 0.95, N = 97; d_{KG} = 0.45, N = 95$). Der Leistungszuwachs der Experimentalgruppe fällt mit einer Differenz von $d = 0.50$ allerdings signifikant stärker aus als für die Kontrollgruppe.
- B – langfristige Effekte 6 Monate nach Trainingsende (t1–t3):* Die Analyse der Leistungen im Follow-Up ergab einen Haupteffekt für den Messwiederholungsfaktor „Messzeitpunkt“: $F(1, 186.42) = 15.09, p < .000$ als auch für den Faktor „Gruppe“ einen Haupteffekt: $F(1, 190) = 1.210, p < .05$. Dieses Ergebnis spiegelt wider, dass sich in beiden Gruppen die

mathematischen Kompetenzen erhöht haben t_1 (MEG = 53.11, SD = 12.25, MKG = 53,37, SD = 12.02) und t_3 (MEG = 62.86, SD = 13.98, MKG = 58.81, SD = 11.74), wobei der zugrundeliegende Leistungszuwachs für die Experimentalgruppe signifikant stärker ausfällt als für die Kontrollgruppe (dEG = 0.75, N = 97; dKG = 0.47, N = 95). Der Unterschied im Leistungszuwachs beträgt $d = 0.28$.

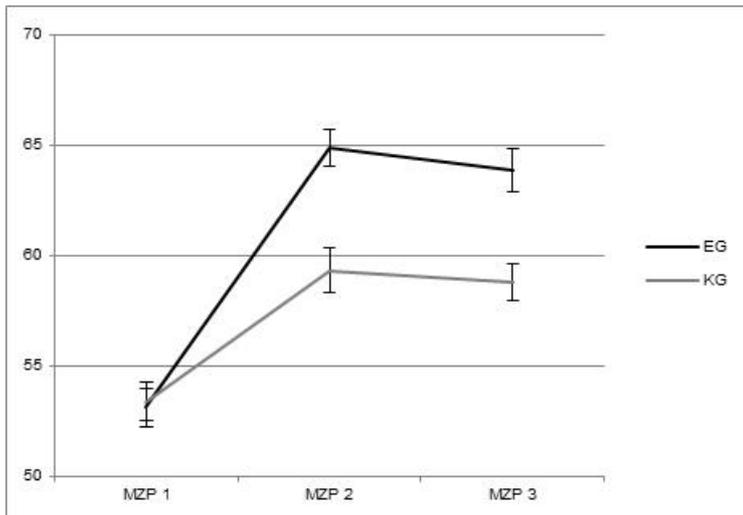


Abbildung 2: Entwicklung der mathematischen Kompetenz zu drei Messzeitpunkten (T-Werte) mit Standardfehler

Die Ergebnisse belegen für alle geförderten Gruppen unmittelbar nach der 10–12-wöchigen Förderung signifikant stärkere Leistungszuwächse. Kinder, die mit dem Programm KUBA gefördert wurden, profitierten von einem deutlichen Fördereffekt direkt nach dem Trainingsende.

Von Interesse bei dieser Studie war insbesondere der Effekt des Trainings auf Gruppen, die in einer beschreibbaren sozialen Benachteiligung aufwachsen. Aufschluss über differenzierte Effekte gibt der Vergleich der Prozentranggruppen. Einen deutlichen Leistungsanstieg weist die Gruppe PR < 15 auf – die Kinder, die im Prätest die niedrigsten Kompetenzen zeigten. Sie steigerten ihren T-Wert von Prä- zu Posttest im Durchschnitt um 29 T-Wert-Punkte und weisen damit eine Differenz von 22 Punkten zur Kontrollgruppe auf. Auch für die anderen Gruppen zeigen sich deutliche Differenzen zu den jeweiligen Kontrollgruppen: PR 15–25: 11 Punkte; PR 26–50: 10 Punkte; PR > 50. Die Nachhaltigkeit der Förderung

zeigt sich an ähnlich deutlichen Differenzen.

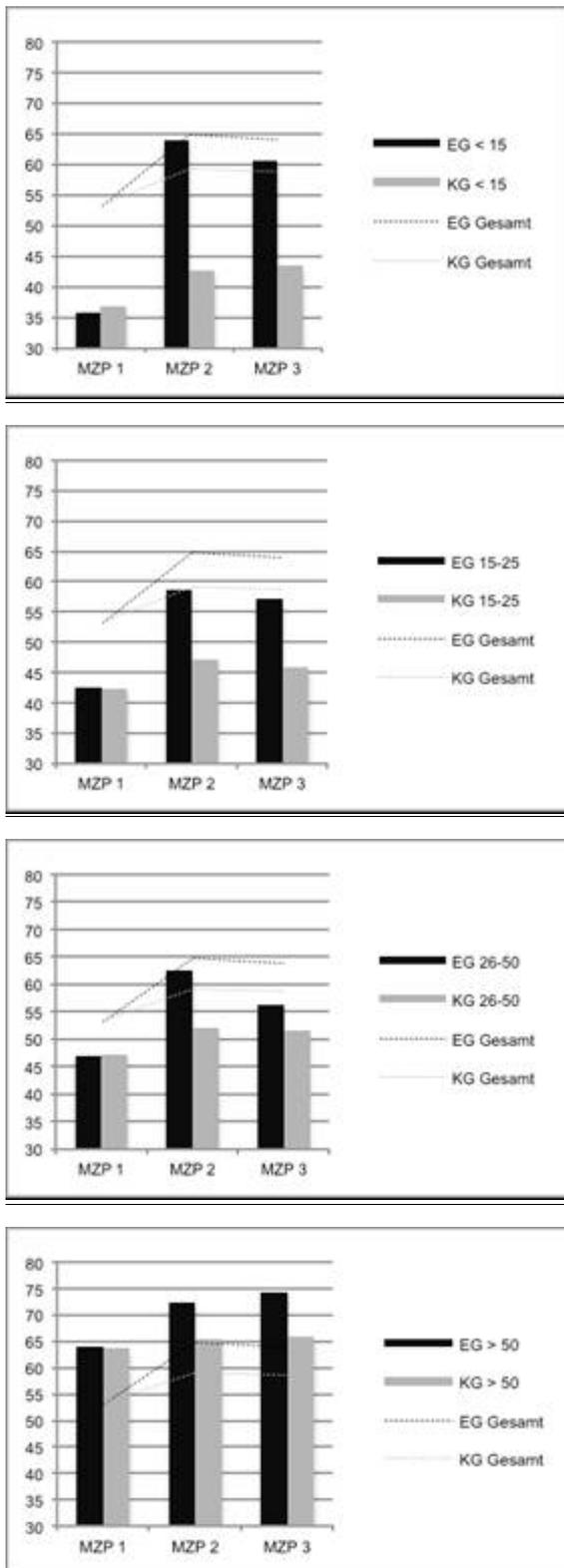


Abbildung 3: Entwicklung der mathematischen Kompetenz nach Prozentranggruppen zu 3 Messzeitpunkten (T-Werte)

Ebenso lassen sich langfristige Effekte des Förderprogramms für die Experimentalgruppe nachweisen. Auch 6 Monate nach Beendigung der Förderung zeigen sich noch deutliche Leistungsvorsprünge im Vergleich zu den Kontrollgruppen.

Marko-D		Experimentalgruppe N=99			Kontrollgruppe N=99			p	t / df
		N	M	SD	N	M	SD		
PR < 15	post	15	64.00	12.87	18	42.68	11.74	.000	4.74 / 28
	Follow-up		60.64	14.76		43.43	8.29	.000	4.00 / 28
PR = 15- 25	post	27	58.69	14.46	26	47.16	14.61	.007	2.80 / 48
	Follow-up		57.15	14.61		45.83	8.40	.001	3.67 / 48
PR = 26- 50	post	52	62.50	13.15	51	52.02	15.58	.005	2.90 / 98
	Follow-up		56.15	11.67		51.53	9.23	.034	2.15 / 98
PR > 50	post	47	72.25	4.68	48	65.50	9.77	.000	4.28 / 93
	Follow-up		74.27	5.75		65.93	9.36	.000	5.21 / 93

Tabelle 6: Signifikanzprüfung nach Prozentranggruppen von MZP 2 zu MZP 3
(M in T-Werten)

Diskussion

Als zentrales Ergebnis der Studie kann festgehalten werden, dass eine Förderung mit „Kuno bleibt am Ball“ die Entwicklung mathematischer Vorläuferkompetenzen bei Kindern aus Risikofamilien wirksam unterstützen konnte. Die Förderung wies sowohl kurz- als auch mittelfristig positive Effekte auf. Ebenso zeigte sich, dass insbesondere die Kinder mit auffallend gering ausgeprägten Vorläuferkompetenzen von der Förderung profitieren konnten.

Die Befunde dieser Studie liefern eine deutliche Evidenz für das Förderprogramm „Kuno bleibt am Ball“. Gleichzeitig verweisen sie auf die Wirksamkeit von Maßnahmen, die sich explizit an theoretischen Modellen der

Kompetenzentwicklung orientieren. Im Umkehrschluss sprechen sie somit auch für die Bedeutsamkeit und für die Gültigkeit aktueller Entwicklungsmodelle (Ennemoser, Sinner & Krajewski, 2015), die deshalb in der täglichen pädagogischen Praxis und in spezifischen mathematischen Fördermaßnahmen größte Aufmerksamkeit erhalten sollten. Von zentraler Bedeutung ist dabei eine qualitativ hochwertige Förderung durch Pädagogische Fachkräfte.

„Young learners’ future understanding of mathematics requires an early foundation based on a high-quality, challenging, and accessible mathematics education. Young children in every setting should experience mathematics through effective, research-based curricula and teaching practices” (National Research Council, 2013).

Gerade für sozial benachteiligte Kinder erweist sich dies als außerordentlich wichtig. Sie stammen häufig aus bildungsfernen Familien, in denen es aufgrund multifaktorieller Problemlagen nicht immer gelingt, notwendige Fähigkeiten und Fertigkeiten zu vermitteln, die für einen erfolgreichen Lernprozess wichtig sind. Viele der später scheiternden Kinder haben bei Schuleintritt gravierende Defizite, die durch frühzeitige pädagogische und soziale Förderung präventiv hätten verhindert werden können.

Interessant wäre, ob sich die gelernten Basiskompetenzen auch auf spätere Rechenfertigkeiten (die in KUBA explizit nicht thematisiert wurden), transferieren lassen. Hierzu wäre eine weitere Studie im Elementarschulbereich angezeigt, die sich bereits im fortgeschrittenen Beantragungsstatus befindet.

Eine methodische Begrenzung vorliegender Untersuchung liegt darin, dass nicht systematisch kontrolliert werden konnte, ob die Kinder der Kontrollgruppen ebenfalls konkrete Fördermaßnahmen erhalten haben. Zwar wurden die Pädagogischen Fachkräfte systematisch danach befragt, aber es bleibt zweifellos eine Schwäche der Studie, dass sie sich allein auf deren Auskünfte stützen muss. Zudem kann nicht ausgeschlossen werden, dass die Durchführung der Fördermaßnahmen durch externe Trainer nicht doch auch Zuwendungseffekte

verursacht hat, die für den größeren Lernerfolg der Experimentalgruppen mit verantwortlich sind. Hier sollten zukünftige Studien Kontrollgruppen etablieren, die ebenfalls von externen Förderkräften angeleitet werden. Ebenso sollte die Stichprobengröße durch weitere Untersuchungen erhöht werden.

Literatur

- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K. & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental dynamics of mathematical performance from preschool to grade 2. *Journal of Educational Psychology*, 96, S. 699–713.
- Council for Exceptional Children CEC (2014). Standards for Evidence-Based Practices in Special Education. *Teaching Exceptional Children*, 47 (2), S. 81–84.
- Deutsches Cochrane Zentrum (2014). *Von der Evidenz zur Empfehlung (Klassifikationssysteme)*. Verfügbar unter <http://www.cochrane.de/de/evidenz-empfehlung>, [15.03.2015]
- Deutsches Kinderhilfswerk (2016). *Kinderreport Deutschland 2016*. Berlin.
- Ehlert, A. & Fritz, A. (2013). Evaluation of a math training for children with learning difficulties. *South African Journal of Childhood Education*, 3 (1), S. 117–141. Special Issue entitled with: Traversing concepts, cultures and measures of ability: Studies on the mathematical competence of children.
- Einsiedler, W., Frank, A., Kirschhock, E.-M., Martschinke, S. & Treinies, G. (2000). *Der Einfluss verschiedener Unterrichtsmethoden auf die phonologische Bewusstheit sowie auf Lese- und Rechtschreibleistungen im 1.Schuljahr*. Nürnberg: Berichte und Arbeiten aus dem Institut für Grundschulforschung.
- Ellinger, S. (2013a). *Förderung bei sozialer Benachteiligung*. Stuttgart.
- Ellinger, S. (2013b). Einführung in die Pädagogik bei Lernbeeinträchtigungen. In C. Einhellinger, S. Ellinger, O. Hechler, A. Köhler, E. Ullmann (Hrsg.), *Studienbuch Lernbeeinträchtigungen. Band 1: Grundlagen* (S. 17–99). Oberhausen.
- Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2007). Effekte der Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit schwachen Mathematikleistungen. *Vierteljahrszeitschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, 76, S. 228–240.

- Ennemoser, M. (2010). Training mathematischer Basiskompetenzen als unterrichtsintegrierte Maßnahme in Vorklassen. *Empirische Pädagogik*, 24, S. 336–352.
- Ennemoser, M., Sinner, D. & Krajewski, K. (2015). Kurz- und langfristige Effekte einer entwicklungsorientierten Mathematikförderung bei Erstklässlern mit drohender Rechenschwäche. *Lernen und Lernstörungen*, 4, S. 43–59.
- Friedrich, G. & de Galgóczy, V. (2004). *Komm mit ins Zahlenland: Eine spielerische Entdeckungsreise in die Welt der Mathematik*. Freiburg: Christophorus.
- Fritz, A., Ricken, G. & Gerlach, M. (2007). *Kalkulie. Handreichung zur Durchführung der Diagnose*. Berlin: Cornelsen.
- Fritz, A. & Ricken, G. (2009). Grundlagen des Förderkonzepts „Kalkulie“. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Handbuch Rechenschwäche* (S. 374–395). Weinheim: Beltz.
- Fritz, A., Ehlert, A. & Balzer, L. (2013). Development of mathematical concepts as the basis for an elaborated mathematical understanding. *South African Journal of Childhood Education* 3(1), S. 38–67. Special Issue entitled with: Traversing concepts, cultures and measures of ability: Studies on the mathematical competence of children.
- Gerlach, M. & Fritz, A. (2011). *Mina und der Maulwurf*. Frühförderbox Mathematik. Berlin: Cornelsen.
- Gerlach, M., Fritz, A. & Leutner, D. (2013). *MARKO-T – Mathematik und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Training*. Göttingen: Hogrefe.
- Hammer, V., Lutz, R. (2015). *Neue Wege aus der Kinder- und Jugendarmut. Gesellschaftspolitische Rahmenbedingungen und sozialpädagogische Handlungsansätze*. Weinheim: Beltz.
- Hasselhorn, M. & Linke-Hasselhorn, K. (2013). Fostering early numerical skills at school start in children at risk for mathematical achievement problems: A small sample size training study. *International Education Studies*, 6, S. 213–220.
- Hillenbrand, C., Hennemann, T. & Hens, S. (2010). *Lubo aus dem All! 1 & 2 Klasse*. Programm zur Förderung sozial- emotionaler Kompetenzen. München: Ernst Reinhardt.
- Hintz, A. M. (2014). Evaluation einer computerbasierten Förderung schriftsprachlicher Vorläuferkompetenzen in der Schuleingangsphase. In *Empirische Sonderpädagogik*, 3, S. 260–276.

- Koch, K., Schulz, A. & Jungmann, T. (2015). *Überall steckt Mathe drin. Alltagsintegrierte Förderung mathematischer Kompetenzen für 3- bis 6-jährige Kinder*. München/Basel: Ernst Reinhardt Verlag.
- Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Kováč.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfertigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 53, S. 246–262.
- Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2007). *Mengen, zählen, Zahlen: Die Welt der Mathematik verstehen (MZZ)*. Berlin: Cornelsen.
- Krajewski, K. (2008). Vorschulische Förderung mathematischer Kompetenzen. In F. Petermann & W. Schneider (Hrsg.), *Angewandte Entwicklungspsychologie* (S. 275–304). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K. (2008). Prävention der Rechenschwäche. In: W. Schneider & M. Hasselhorn (Hrsg.), *Handbuch der Psychologie, Bd. Pädagogische Psychologie* (S. 360-370). Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., Nieding, G. & Schneider, W. (2008). Kurz- und langfristige Effekte mathematischer Frühförderung im Kindergarten durch das Programm „Mengen, zählen, Zahlen“. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 40, S. 135–146.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen. Tests und Trends. Bd. 11* (S. 225–240). Göttingen: Hogrefe.
- Langhorst, P., Hildenbrand, C., Ehlert, A., Ricken, G., Fritz-Stratmann, A., (2013). Mathematische Bildung im Kindergarten: Evaluation des Förderprogramms "Mina und der Maulwurf" und Betrachtung von Fortbildungsvarianten. In M. Hasselhorn (Hrsg.), *Tests und Trends: Jahrbuch der pädagogisch-psychologischen Diagnostik. – Bd. 11 (N. F.): Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (S. 113–135). Göttingen: Hogrefe.
- National Research Council (NCTM). (2013). *NCTM Position*. Verfügbar unter <http://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Position-Statements/Mathematics-in-Early-Childhood-Learning/> [06.09.2015]
- Peucker, S. & Weißhaupt, S. (2005). FEZ – Ein Programm zur Förderung mathematischen Vorwissens im Vorschulalter. *Zeitschrift für Heilpädagogik*, 56, S. 300–305.

- Resnick, L. B. (1983). A Development Theory of Number Understanding. In H. P. Ginsburg (Hrsg.), *The Development of Mathematical Thinking* (S. 110–151). New York: Academic Press.
- Resnick, L. B. (1989). Developing Mathematical Knowledge. *American Psychologist*, 44, S. 162–169.
- Ricken, A., Fritz, A. & Balzer, L. (2013). *MARKO – D: Mathematik und Rechenkonzepte im Vorschulalter– Diagnose*. Göttingen: Hogrefe.
- Sinner, D. (2011). *Prävention von Rechenschwäche durch ein Training mathematischer Basiskompetenzen in der ersten Klasse*. Verfügbar unter http://geb.uni-giessen.de/geb/volltexte/2011/8198/pdf/SinnerDaniel_2011_05_25.pdf [14.09.2014]
- Smith, P., Hover, M. & Over, D. (2001). Educational science research in the field of disability studies. In *Assessment for Effective Intervention*, 26, 3, S. 57–63.
- Stern, E. (1997). Early Training: who, what, when, why, and how? In M. Beishuizen, K. P. E. Gravemeijer & E. C. D. M. van Lieshout (Eds.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures* S. 239-253.
- Weißhaupt, S., Peucker, S. & Wirtz, M. (2006). Diagnose mathematischen Vorwissens im Vorschulalter und Vorhersage von Rechenleistungen und Rechenschwierigkeiten in der Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 4, S. 236–245.